



المعامل:	5	الفيزياء والكيمياء	المادة:
مدة الإجازة:	3 س	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعب (5):

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة العلمية غير القابلة للبرمجة
تعطى التعابير الحرفية قبل إنجاز التطبيقات العددية

يتضمن موضوع الامتحان أربعة تمارين : تمرين في الكيمياء وثلاثة تمارين في الفيزياء

(7 نقط)

الكيمياء : حمض الأسكوربيك أو فيتامين C

(2,5 نقط)

الفيزياء (13 نقطة) ○ التمرين 1 : التاريخ بالنشاط الإشعاعي

(4,5 نقط)

○ التمرين 2 : ثنائي القطب RC

(6 نقط)

○ التمرين 3 : حركة قذيفة في مجال الثقالة المنتظم

الكيمياء (7 نقط) : حمض الأسكوربيك أو فيتامين C (Vitamine C)

حمض الأسكوربيك $C_6H_8O_6$ (أو فيتامين C) مادة طبيعية توجد في عدد كبير من المواد الغذائية ذات أصل نباتي وعلى الخصوص في المواد الطازجة والخضر والفواكه. كما يمكن تصنيعه في مختبرات الكيمياء ليبياع في الصيدليات على شكل أقراص. وهو مركب مضاد للعدوى، ومنشط للجسم، ويساعد على نمو العظام والأوتار والأسنان... ويؤدي نقصه في التغذية لدى الإنسان إلى ظهور داء الحفر. ويعرف بالرمز E300.

معطيات:

الكتلة المولية لحمض الأسكوربيك: $M(C_6H_8O_6) = 176 \text{ g.mol}^{-1}$

المزدوجة (قاعدة/حمض): $C_6H_8O_6(aq) / C_6H_7O_6^-(aq)$

$pK_{A2}(C_6H_5COOH(aq) / C_6H_5COO^-(aq)) = 4,20$ ؛ $pK_{A1}(C_6H_8O_6(aq) / C_6H_7O_6^-(aq)) = 4,05$

1. تحديد خارج تفاعل حمض الأسكوربيك مع الماء بقياس pH

نعتبر محلولاً مائياً لحمض الأسكوربيك $C_6H_8O_6(aq)$ حجمه V وتركيزه المولي $C_1 = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$.

أعطى قياس pH هذا المحلول عند 25°C القيمة $pH = 3,01$.

1.1. أكتب معادلة تفاعل حمض الأسكوربيك مع الماء.

2.1. أنشئ الجدول الوصفي لهذا التفاعل.

3.1. أحسب τ نسبة التقدم النهائي للتفاعل. هل التحول كلي ؟

4.1. المجموعة الكيميائية في حالة توازن. أوجد قيمة خارج التفاعل $Q_{r,eq}$. استنتج قيمة ثابتة التوازن K المقرونة بهذا التفاعل.

2. تحديد كتلة حمض الأسكوربيك في قرص "فيتامين C500"

نسحق قرصاً من فيتامين C500 ونذيبه في قليل من الماء، ثم ندخل الكل في حوجة معيارية من فئة

200 mL، نضيف الماء المقطر حتى الخط العيار ونحرك، فنحصل على محلول مائي (S) تركيزه

المولي C_A . نأخذ حجماً $V_A = 10,0 \text{ mL}$ من المحلول (S) ونعايره بمحلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم

$Na^+(aq) + HO^-(aq)$ تركيزه المولي $C_B = 1,50 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$. يحصل التكافؤ حمض - قاعدة عند

صب الحجم $V_{B,E} = 9,5 \text{ mL}$.

- 1.2. أكتب معادلة التفاعل حمض - قاعدة بين حمض الأسكوربيك وأيونات الهيدروكسيد $\text{HO}^-_{(aq)}$.
- 2.2. أوجد قيمة C_A .
- 3.2. إستنتج قيمة m كتلة حمض الأسكوربيك الموجود في القرص. فسر التسمية "فيتامين C500".
3. تطور مجموعة كيميائية
- يُمكن تفادي تحلل حمض الأسكوربيك في عصير فاكهة بإضافة بنزوات الصوديوم المعروف بالرمز E211 إلى هذا العصير حيث يتفاعل حمض الأسكوربيك مع أيون البنزوات $\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^-_{(aq)}$ وفق المعادلة الكيميائية التالية:



- 1.3. عبر عن ثابتة التوازن K المقرونة بهذا التفاعل بدلالة ثابتتي الحمضية للمزدوجتين (قاعدة/حمض) المتفاعلتين ثم أحسب قيمتها.
- 2.3. قيمة خارج التفاعل للمجموعة الكيميائية في الحالة البدئية هي $Q_{r,i} = 1,41$. هل تتطور المجموعة الكيميائية أم لا ؟ علل جوابك.

الفيزياء (13 نقطة)

التمرين 1 (2,5 نقط): التاريخ بالنشاط الإشعاعي

يستعمل الجيولوجيون وعلماء الآثار تقنيات مختلفة لتحديد أعمار الحفريات والصخور، من بينها تقنية تعتمد النشاط الإشعاعي. يُستعمل الكربون 14 المشع لتحديد أعمار الحفريات إذ تبقى نسبة الكربون 14 ثابتة عند الكائنات الحية ولكن بعد وفاتها تتناقص هذه النسبة نتيجة تفتته وعدم تعويضه.

معطيات:

$m({}^{14}_6\text{C}) = 14,0111\text{u}$: كتلة النواة $({}^{14}_6\text{C})$	${}_8\text{O} - {}_7\text{N} - {}_5\text{B} - {}_4\text{Be}$
$m(e) = 0,00055\text{u}$: كتلة الإلكترون	عمر النصف للكربون 14 : $t_{1/2} = 5600 \text{ ans}$
$m({}^A_Z\text{X}) = 14,0076\text{u}$: كتلة النواة $({}^A_Z\text{X})$	$1\text{u} = 931,5 \text{ MeV}\cdot\text{c}^{-2}$ ؛ $1 \text{ an} = 365 \text{ jours}$

1. تفتت نواة الكربون ${}^{14}_6\text{C}$

يتميز الكربون 14 بنشاط إشعاعي من نوع β^- .

1.1. أكتب معادلة تفتت نواة الكربون ${}^{14}_6\text{C}$ محددًا النواة المتولدة ${}^A_Z\text{X}$.

2.1. أحسب بالوحدة MeV قيمة ΔE طاقة التفاعل النووي.

2. التاريخ بالكربون 14

أخذت عينة من خشب حطام سفينة تم العثور عليها بالقرب من أحد السواحل. أعطى قياس النشاط الإشعاعي لهذه العينة عند لحظة t القيمة $a = 21,8 \text{ Bq}$. وأعطى نفس القياس على قطعة خشب حديثة من نفس النوع، لها نفس الكتلة، كالعينة القديمة القيمة $a_0 = 28,7 \text{ Bq}$.

1.2. تحقق أن قيمة λ ثابتة النشاط الإشعاعي للكربون 14 هي $\lambda = 3,39 \cdot 10^{-7} \text{ jours}^{-1}$.

2.2. حدد بالوحدة (jours) عمر خشب السفينة.

3.2. علما أن القياسات تمت سنة 2000 م ، في أي سنة عرقت السفينة؟

التمرين 2 (4,5 نقط): ثنائي القطب RC

نقرأ على لصيقة آلة تصوير العبارات التالية (احذر - خطر - تفكيك الآلة). يرتبط هذا التنبيه بوجود مكثف في علبة آلة التصوير، الذي يتم شحنه تحت توتر $U=300\text{V}$ عبر موصل أومي مقاومته R . نحصل على التوتر $U=300\text{V}$ بفضل تركيب إلكتروني مغذى بعمود قوته الكهرومحرمة $E_0=1,5\text{V}$. وعند أخذ الصور يُفرغ المكثف عبر مصباح وامض آلة التصوير خلال جزء من الثانية، فيمكن الوامض ذي المقاومة r من إضاءة شديدة في وقت جد قصير.

يمثل الشكل (1) التركيب المبسط لدارة تشغيل وامض آلة التصوير.

معطيات: سعة المكثف $C = 120\mu\text{F}$ ؛ $U = 300\text{V}$

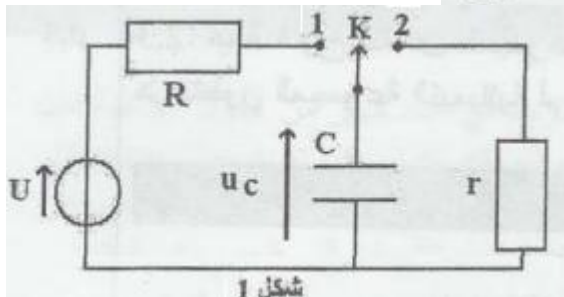
1. استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر صاعدة

نضع عند اللحظة ذات التاريخ $(t=0)$ قاطع التيار K

في الموضع (1)، فيشحن المكثف عبر الموصل

الأومي ذي المقاومة R تحت التوتر U .

1.1. أثبت أن المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر



$$u_C(t) \text{ تكتب على الشكل } U = u_C + \tau \frac{du_C}{dt} \text{ استنتج}$$

تعبير ثابتة الزمن τ بدلالة برامترات الدارة.

$$2.1. \text{ تحقق أن حل المعادلة التفاضلية هو } u_C(t) = U(1 - e^{-t/\tau})$$

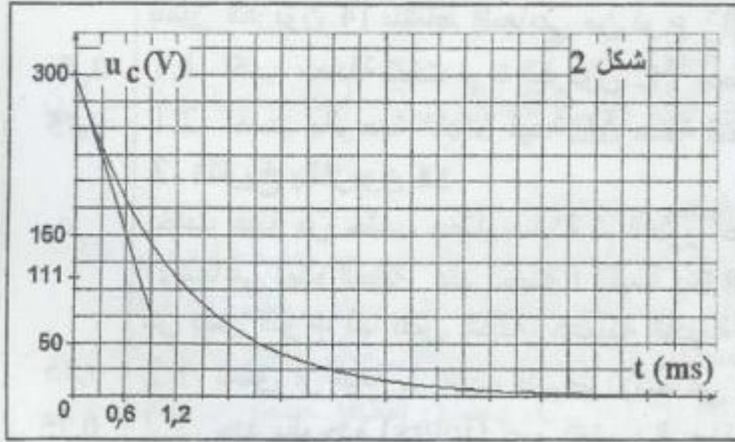
3.1. حدد قيمة u_C في النظام الدائم.

4.1. أحسب الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف في النظام الدائم.

5.1. يتطلب الاشتغال العادي للوأمض طاقة كهربائية محصورة بين 5J و 6J . هل يمكن شحن المكثف مباشرة بواسطة العمود ذي القوة الكهرومحرركة $E_0 = 1,5 \text{ V}$ ؟

2. استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر نازلة

نؤرجح قاطع التيار K إلى الموضع (2) عند اللحظة ذات التاريخ $(t=0)$ ، فيفرغ المكثف عبر الموصل



الأومي ذي المقاومة r . نسجل بواسطة

رسم تذبذب ذاكراتي تغيرات التوتر $u_C(t)$

بين مربطي المكثف بدلالة الزمن، فنحصل

على المنحنى الممثل في الشكل (2).

1.2. مثل بعناية تبيانة تركيب تفريغ

المكثف، وبين عليها كيفية ربط رسم

التذبذب.

2.2. عين مبيانيا قيمة ثابتة الزمن τ

لدارة التفريغ.

3.2. استنتج قيمة r .

التمرين 3 (6 نقط) : حركة قذيفة في مجال الثقالة المنتظم

تخضع كرة الغولف المستعملة في المسابقات الرسمية لمجموعة من المواصفات الدولية. ويتميز سطحها الخارجي بعدد كبير من الأسناخ (Alvéoles) تساعد على اختراق كرة الغولف للهواء بسهولة، والتقليل من احتكاكاته.

خلال حصة تدريبية، وفي غياب الرياح، حاول لاعب الغولف البحث عن الشروط البدئية التي ينبغي

أن يرسل بها كرة الغولف من نقطة O ، كي تسقط في حفرة Q دون أن تصطدم بشجرة علوها KH

توجد بينهما. النقطة O والموضع K للشجرة والحفرة Q على نفس الاستقامة (شكل 1 صفحة 5/5).

معطيات: كتلة كرة الغولف $m = 45 \text{ g}$ ، تسارع الثقالة $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

$OQ = 120 \text{ m}$ ؛ $OK = 15 \text{ m}$ ؛ $KH = 5 \text{ m}$

نهمل دافعة أرخميدس وجميع الاحتكاكات.

1. دراسة حركة كرة الغولف في مجال الثقالة

المنتظم

عند اللحظة $(t=0)$ ، أرسل اللاعب كرة الغولف

من النقطة O بسرعة بدئية $V_0 = 40 \text{ m.s}^{-1}$ تكون

متجهتها \vec{V}_0 الزاوية $\alpha = 20^\circ$ مع المستوى

الأفقي. لدراسة حركة G مركز قصور الكرة في

المستوى الرأسي، نختار معلما متعامدا منظما

(O, \vec{i}, \vec{j}) أصله مطابق للنقطة O.

1.1. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أثبت المعادلتين التفاضليتين اللتين تحققهما v_x و v_y إحداثيتي متجهة

سرعة G مركز قصور الكرة.

2.1. أوجد التعبير الحرفي للمعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$ لحركة G. استنتج التعبير الحرفي لمعادلة

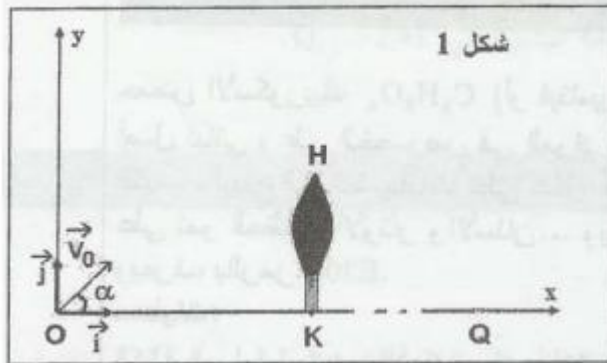
مسار الحركة.

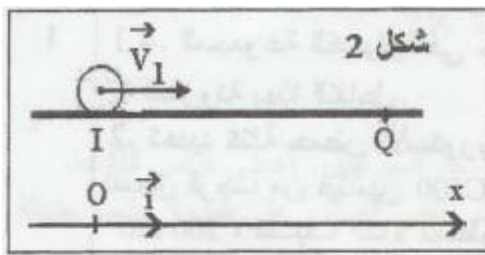
3.1. نعتبر نقطة B من مسار مركز قصور الكرة أفصولها $x_B = x_K = 15 \text{ m}$ وأرتوبها y_B .

أحسب y_B . هل تصطدم الكرة بالشجرة ؟

4.1. بالنسبة للزاوية $\alpha = 24^\circ$ لا تصطدم الكرة بالشجرة. حدد قيمة V_0' السرعة البدئية التي ينبغي أن

يرسل بها اللاعب كرة الغولف كي تسقط في الحفرة Q .





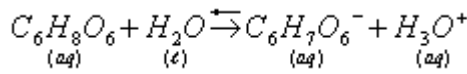
2. دراسة حركة كرة الغولف على مستوى أفقي
لم ينجح اللاعب في إسقاط الكرة في الحفرة Q ، حيث استقرت بعد سقوطها في نقطة I.
الكرة و الحفرة توجدان في مستوى أفقي. أرسل اللاعب من جديد كرة الغولف من النقطة I بسرعة بدئية أفقية \vec{v}_1 تجعلها تصل إلى الحفرة Q دون فقدان تماسها مع المستوى الأفقي.
ندرس حركة G مركز قصور الكرة في المعلم (O, i) ، ونختار لحظة إرسال الكرة من I أصلا للتواريخ (شكل 2).

نعتبر أن الكرة تخضع أثناء حركتها لاحتكاكات مكافئة لقوة وحيدة متجهتها \vec{f} ثابتة ومعاكسة لمنحى الحركة وشدتها $f = 2,25 \cdot 10^{-2} \text{ N}$.
1.2. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أوجد المعادلة التفاضلية لحركة مركز قصور الكرة.
2.2. استنتج طبيعة حركة G.
3.2. حدد قيمة v_1 علما أن الكرة وصلت إلى الحفرة بسرعة منعدمة ، وأن الحركة استغرقت 4 s.

التصحيح

ذ. عبد الكريم اسبيرو

(1) معادلة تفاعل حمض الأسكوربيك مع الماء:



1-2- جدول تقدم التفاعل :

$C_6H_8O_6 + H_2O \rightleftharpoons C_6H_7O_6^- + H_3O^+$				معادلة التفاعل	
كميات المادة بالمول				النقدم	الحالات
$C_1 \cdot V$	بوفرة	0	0	0	ح. البدئية
$C_1 \cdot V - x_f$	بوفرة	x	x	x	ح. التحول
$C_1 \cdot V - x_f$	بوفرة	x_f	x_f	x_f	ح. النهائية

1-3-

بما أن الماء مستعمل بوفرة فإن حمض الأسكوربيك هو المحد : إذن : $C_1 V - x_{\max} = 0$ ومنه : $x_{\max} = C_1 \cdot V$
لدينا : $[H_3O^+]_f = \frac{x_f}{V}$ ولدينا : $[H_3O^+]_f = 10^{-pH} \Leftrightarrow \frac{x_f}{V} = 10^{-pH} \Leftrightarrow x_f = 10^{-pH} \cdot V$ ومنه التقدم النهائي للتفاعل :

نسبة التقدم النهائي للتفاعل : $\tau = \frac{x_f}{x_{\max}} = \frac{10^{-pH} \cdot V}{C_1 \cdot V} = \frac{10^{-pH}}{C_1} = \frac{10^{-3,01}}{10^{-2}} \approx 9,8 \cdot 10^{-2}$ ولدينا : $\tau < 1$ إذن التفاعل محدود.

ملحوظة : بما أن التفاعل محدود فإن حالة التوازن هي الحالة النهائية وبالتالي : $x_f = x_{\text{éq}}$

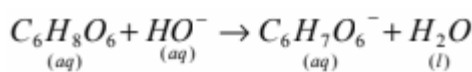
$$4-1 \text{ خارج التفاعل عند التوازن : } Q_{r,\text{éq}} = \frac{[C_6H_7O_6^-]_{\text{éq}} \times [H_3O^+]_{\text{éq}}}{[C_6H_8O_6]_{\text{éq}}}$$

لدينا : $[H_3O^+]_{\text{éq}} = [C_6H_7O_6^-]_{\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}}}{V} = 10^{-pH}$ ولدينا : $[C_6H_7O_6^-]_{\text{éq}} = \frac{C_1 \cdot V - x_{\text{éq}}}{V} = C_1 - \frac{x_{\text{éq}}}{V} = C_1 - 10^{-pH}$ ومنه :

$$Q_{r,\text{éq}} = \frac{[C_6H_7O_6^-]_{\text{éq}} \times [H_3O^+]_{\text{éq}}}{[C_6H_8O_6]_{\text{éq}}} = \frac{(10^{-pH})^2}{C_1 - 10^{-pH}} = \frac{(10^{-3,01})^2}{10^{-2} - 10^{-3,01}} = 1,058 \times 10^{-4} \approx 1,06 \times 10^{-4}$$

$$K = Q_{r,\text{éq}} = 1,06 \times 10^{-4} \quad \text{ثابتة التوازن :}$$

1-2(2) معادلة التفاعل:



$$2-2 \text{ علاقة التكاثر : } C_A \cdot V_A = C_B \cdot V_{BE} \Leftrightarrow C_A = \frac{C_B \cdot V_{BE}}{V_A} = \frac{1,5 \times 10^{-2} \times 9,5}{10} = 1,425 \times 10^{-2} \text{ mol / L}$$

2-3- كمية مادة حمض الاسكوربيك الموجودة في القرص:

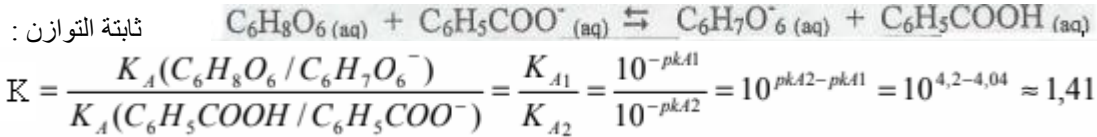
$$n = C_A \cdot V = 14,25 \times 10^{-3} \cdot \text{mol / L} \times 0,2 \text{ L} = 2,85 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

كتلة حمض الاسكوربيك الموجودة في القرص:

$$m = M \cdot n = 176 \text{ g / mol} \times 2,85 \times 10^{-3} \text{ mol} \approx 0,5 \text{ g} = 500 \text{ mg}$$

التسمية فيتامين C500 تعني أن كل قرص يحتوي على 500mg من حمض الأسكوربيك.

(3) -1 معادلة التفاعل الحاصل:

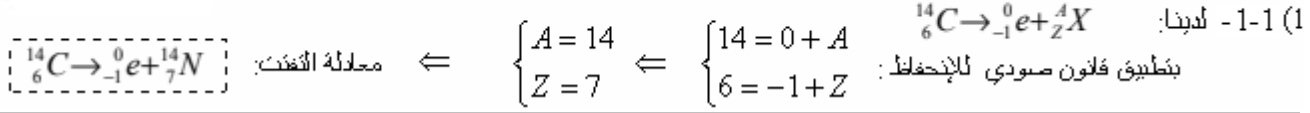


2.3. قيمة خارج التفاعل للمجموعة الكيميائية في الحالة البدئية هي $Q_{r,i} = 1,41$

المجموعة لا تتطور لأن: $Q_{r,i} = K$

www.pc1.ma

الفيزياء التمرين 1 :



2-1 طاقة التحول النووي:

$$\Delta E = \Delta m.c^2 = [m(N) + m(e) - m(C)]c^2 = [14,0076 + 0,00055 - 14,0111]c^2 = -0,00295u.c^2$$

$$= -0,00295 \times 931,5(MeV/c^2) \times c^2 = -2,7479MeV \approx -2,75MeV$$

سالبة لأنها طاقة مفقودة.

(2) 1-2 - قيمة ثابتة النشاط الإشعاعي:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{5600 \times 365 Jours} = 3,39 \times 10^{-7} Jours^{-1}$$

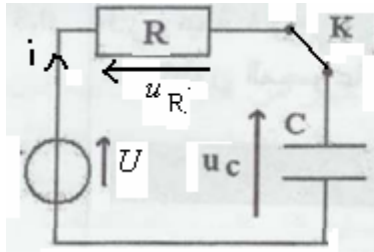
2-2 لدينا: $a = a_0.e^{-\lambda t} \Leftrightarrow \frac{a}{a_0} = e^{-\lambda t} \Leftrightarrow \ln \frac{a}{a_0} = -\lambda t$

$$t = \frac{-\ln \frac{a}{a_0}}{\lambda} = \frac{\ln \frac{a_0}{a}}{\lambda} = \frac{\ln \frac{28,7}{21,8}}{3,39 \times 10^{-6}} = 811171,5427 Jours \approx 2222ans$$

3-2 بما أن القياسات تمت سنة 2000م لدينا: 2222-2000=222 فإن السفينة غرقت 222 سنة قبل الميلاد.

التمرين 2 : ثنائي القطب RC

(1) 1-1 بتطبيق قانون ثنومر جميع الثورات لدينا:



$$Ri + u_c = U \quad u_R + u_c = U$$

$$R \frac{dq}{dt} + u_c = U \quad \Leftrightarrow \quad i = \frac{dq}{dt}$$

$$R.C \frac{du_c}{dt} + u_c = U \quad \Leftrightarrow \quad R \frac{d(Cu_c)}{dt} + u_c = U \quad \Leftrightarrow \quad q = C.u_c$$

$$\tau \frac{du_c}{dt} + u_c = U \quad \Leftrightarrow \quad \tau = RC \quad \text{نضع}$$

2-2 لتأكد من كون: $u_c = U.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ حل للمعادلة التفاضلية: $\tau \frac{du_c}{dt} + u_c = U$

لتحدد قيمة المقار: $\tau \frac{du_c}{dt} + u_c$

لدينا: $u_c = U.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = U - U.e^{-\frac{t}{\tau}}$ إذن: $\frac{du_c}{dt} = \frac{U}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\tau \frac{du_c}{dt} + u_c = U \quad \Leftrightarrow \quad \tau \frac{du_c}{dt} + u_c = \tau \frac{U}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = U e^{-\frac{t}{\tau}} + U - U e^{-\frac{t}{\tau}} = U \quad \Leftrightarrow$$

حل للمعادلة التفاضلية $u_c = U.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

3-1 في النظام الدائم: $u_c = U = 300V$

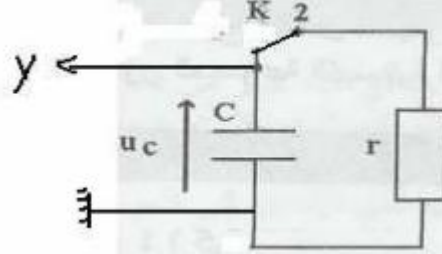
$$E_e = \frac{1}{2} c U^2 = \frac{1}{2} \times 120 \times 10^{-6} \times (300)^2 = 5,4J$$

5-1- لا يمكن شحن المكثف مباشرة بالعمود ذي القوة الكهرومحرركة: $E_0=1,5V$ لأن الطاقة المخزنة في المكثف سوف تكون :

$$E_e = \frac{1}{2} c E_0^2 = \frac{1}{2} \times 120 \times 10^{-6} (1,5)^2 = 0,135 \times 10^{-3} J < 5J$$

وهي أصغر بكثير من الطاقة اللازمة لتشغيل مصباح وماض آلة التصوير .

(2) 1-2- كيفية ربط راسم التذبذب:



2-2- مبياتبا لدينا : $\tau = 1,2ms$

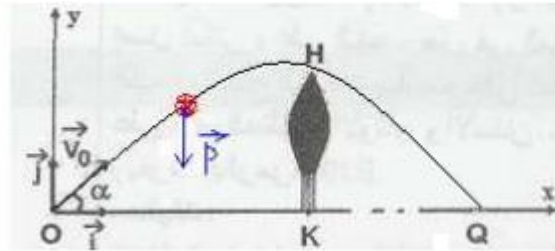
$$r = \frac{\tau}{c} = \frac{1,2 \cdot 10^{-3}}{120 \cdot 10^{-6}} = 10\Omega \quad \Leftarrow \quad \tau = r \cdot c \quad -3-2$$

التمرين 3 : حركة قذيفة في مجال الثقل المنتظم

(1) 1-1- المجموعة المدروسة. (كرة الغولف)

منجهة السرعة عند اللحظة $t=0$ لها مركبتين :

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$



$$\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cdot \cos \alpha \\ V_{0y} = V_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

جهد القوى : خلال حركتها لا نخضع الكرة سوى لتأثير وزنها : \vec{P}

تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P} = m \cdot \vec{a}_G$

الإسقاط على المحور ox : $0 = m \cdot a_x \Leftrightarrow a_x = 0$ أي : $\frac{dv_x}{dt} = 0$ وهي المعادلة التفاضلية التي نحققها v_x .

الإسقاط على المحور oy : $-P = m \cdot a_y$ أي : $-m \cdot g = m \cdot a_y \Leftrightarrow a_y = -g$ أي : $\frac{dv_y}{dt} = -g$ وهي المعادلة التفاضلية التي نحققها v_y .

$$-2- \frac{dv_x}{dt} = 0 \Leftrightarrow v_x = C^{te} = v_0 \cdot \cos \alpha \quad \text{أي} \quad \frac{dx}{dt} = v_0 \cdot \cos \alpha \quad \text{بإستعمال التكامل} \quad x = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \quad \text{لأن} \quad x_0 = 0$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -g \quad \text{بإستعمال التكامل} \quad v_y = -g \cdot t + v_{0y} \quad \text{أي} \quad v_y = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin(\alpha) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dy}{dt} = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin(\alpha)$$

$$\text{بإستعمال التكامل} \quad y = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t \quad \text{لأن} \quad y_0 = 0$$

بإزالة المتغيرة "t" بين $x(t)$ و $y(t)$ نحصل على معادلة المسار:

$$(1) \begin{cases} x = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \\ y = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t \end{cases} \quad (2) \quad \text{بالتعويض في (2) نحصل على معادلة المسار التالية} \quad t = \frac{v_0}{\cos \alpha} \quad (1)$$

$$y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)} + x \cdot \tan(\alpha)$$

3-1- لدينا : $x_B = 15m$: بالتعويض في معادلة المسار نجد:

$$y_B = -\frac{1}{2} g \cdot \frac{x_B^2}{v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} + x_B \cdot \tan \alpha = -0,5 \times 10 \times \frac{(15)^2}{40^2 \cdot \cos^2 20} + 15 \cdot \tan 20 = -0,796 + 5,459 = 4,66m < 5m$$

الكرة سوف لن تصطدم بالشجرة لأن طول الشجرة : $HK = 5m$

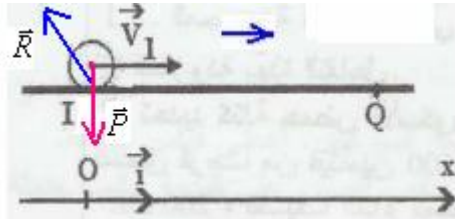
4-1 بالنسبة للزاوية: $\alpha = 24^\circ$ عندما نسطح الكرة في الحفرة Q: $x = OQ = 120m$ و: $y=y_Q=0$ بالتحويض في معادلة المسار:

$$0 = -\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \frac{120^2}{v_0^2 \cdot \cos^2 24} + 120 \cdot \tan 24$$

ومنه: $\frac{86272.5}{v_0^2} = 53,43$ إذن: $v_0 = 40,2m/s$

(2) (1-1-2) 1-1- المجموعة المدروسة. (كرة الغولف)

جهد القوى: خلال حركتها فوق المستوى الأفقي ل نخضع الكرة لتأثير وزنها: \vec{P} وتأثير سطح التماس: \vec{R} وهي مائلة في عكس منحنى الحركة لأن التماس يتم باحتكاك.



تطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}_G$

الإسقاط على المحور Ox: $0 - f = m \cdot a_x \Leftrightarrow a_x = -\frac{f}{m}$ أي: $\frac{dv_x}{dt} = -\frac{f}{m}$ باستكمال التكامل: $v_x = -\frac{f}{m} \cdot t + V_1$

أي: $\frac{dx}{dt} = -\frac{f}{m} \cdot t + V_1$ وهي المعادلة التفاضلية لحركة مركز قصور الكرة.

2-2 لدينا: $a_x = \frac{dv_x}{dt} = -\frac{f}{m} = -\frac{2,25 \cdot 10^{-2}}{45 \cdot 10^{-3}} = -0,5m/s^2$ والمسار مستقيم. إذن الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام متباطئة.

3-2 الكرة تصل إلى الحفرة بسرعة منعدمة وتستغرق حركتها 4s.

$$V_1 = \frac{f}{m} \cdot t = \frac{2,25 \cdot 10^{-2}}{45 \cdot 10^{-3}} \times 4 = 2m/s \Leftrightarrow 0 = -\frac{f}{m} \cdot t + V_1$$

.....
...
...
...