

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2022
- الموضوع -



SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS

NS 22

3h

مدة الإنجاز

الرياضيات

المادة

7

المعامل

شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك علوم الحياة والأرض
خيار رياضة ودراسة ومسلك العلوم الفيزيائية ومسلك العلوم الزراعية

الشعبة أو المسلك

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة.

مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من أربعة تمارين ومسألة، مستقلة فيما بينها، وتتنوع حسب المجالات كما يلي:

3 نقط	الهندسة الفضائية	التمرين الأول
3 نقط	الأعداد العقدية	التمرين الثاني
3 نقط	حساب الاحتمالات	التمرين الثالث
2.5 نقط	المعادلات التفاضلية وحساب التكامل	التمرين الرابع
8.5 نقط	دراسة الدوال العددية والمنتاليات العددية	المسألة

• نرسم \bar{z} لمرافق العدد العقدي z و $|z|$ لعموده،

• \ln يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

التمرين الأول (3 نقط):

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(0,1,1)$ و $B(1,2,0)$

و $C(-1,1,2)$

(1 أ) بين أن $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = \vec{i} + \vec{k}$

(ب) استنتج أن $x+z-1=0$ معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

(2) لتكن (S) الفلكة التي مركزها $\Omega(1,1,2)$ وشعاعها $R = \sqrt{2}$ ، حدد معادلة للفلكة (S)

(3) بين أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) في النقطة A

(4) نعتبر المستقيم (Δ) المار من النقطة C والعمودي على المستوى (ABC)

(أ) حدد تمثيلا باراميتريا للمستقيم (Δ)

(ب) بين أن المستقيم (Δ) مماس للفلكة (S) في نقطة D يتم تحديد إحداثياتها

(ج) احسب الجداء السلمي $\vec{AC} \cdot (\vec{i} + \vec{k})$ ثم استنتج المسافة $d(A, (\Delta))$

التمرين الثاني (3 نقط):

في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{u}, \vec{v}) ، نعتبر النقطة A ذات الحلق $a = -1 - i\sqrt{3}$

والنقطة B ذات الحلق $b = -1 + i\sqrt{3}$ و الإزاحة t ذات المتجهة \vec{OA}

(1) أثبت أن لحق النقطة D صورة النقطة B بالإزاحة t هو $d = -2$

(2) نعتبر الدوران R الذي مركزه D وزاويته $\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

بين أن لحق النقطة C صورة النقطة B بالدوران R هو $c = -4$

(3 أ) أكتب العدد $\frac{b-c}{a-c}$ على الشكل المثلي

(ب) استنتج أن $\left(\frac{b-c}{a-c}\right)^2 = \frac{c-d}{b-d}$

(4) لتكن (Γ) الدائرة التي مركزها D وشعاعها 2 و (Γ') الدائرة التي مركزها O وشعاعها 4، و M نقطة

لحقها z تنتمي إلى الدائرتين (Γ) و (Γ')

(أ) تحقق أن $|z+2|=2$

(ب) أثبت أن $z + \bar{z} = -8$ (لاحظ أن $|z|=4$)

(ج) استنتج أن الدائرتين (Γ) و (Γ') تتقاطعان في نقطة وحيدة يتم تحديدها.

التمرين الثالث (3 نقط):

يحتوي كيس على عشر كرات: ثلاث كرات بيضاء وثلاث كرات خضراء وأربع كرات حمراء، لا يمكن التمييز بينها باللمس. نسحب عشوائيا وتآنيا ثلاث كرات من الصندوق.

- (1) بين أن $p(A) = \frac{1}{6}$ حيث A هو الحدث " عدم الحصول على أي كرة حمراء " 0.75
- (2) أحسب $p(B)$ حيث B هو الحدث "الحصول على ثلاث كرات بيضاء أو ثلاث كرات خضراء " 0.75
- (3) بين أن $p(C) = \frac{1}{2}$ حيث C هو الحدث " الحصول على كرة حمراء واحدة بالضبط " 0.75
- (4) احسب $p(D)$ حيث D هو الحدث "الحصول على كرتين حمراوين على الأقل " 0.75

التمرين الرابع (2.5 نقط):

نعتبر الدالة h المعرفة على \mathbb{R} بـ $h(x) = (x+1)e^x$

(1) أ) تحقق أن الدالة $x \rightarrow xe^x$ دالة أصلية للدالة h على \mathbb{R} ثم احسب $I = \int_{-1}^0 h(x) dx$ 0.75

ب) باستعمال مكاملة بالأجزاء احسب $J = \int_{-1}^0 (x+1)^2 e^x dx$ 0.75

(2) أ) حل المعادلة التفاضلية $(E): y'' - 2y' + y = 0$ 0.5

ب) بين أن الدالة h هي حل المعادلة (E) الذي يحقق الشرطين $h(0) = 1$ و $h'(0) = 2$ 0.5

المسألة (8.5 نقط):

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $f(x) = x(e^{\frac{x}{2}} - 1)^2$ و (C) المنحنى الممثل للدالة f

في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة : 1cm)

(1) أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 0.5

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ ثم أول النتيجة هندسيا 0.5

(3) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $-\infty$ 0.5

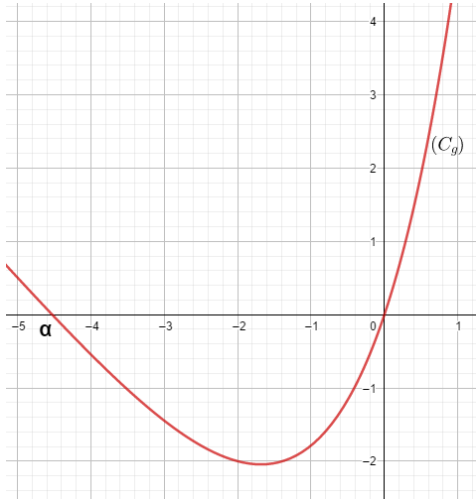
ب) درس إشارة $(f(x) - x)$ لكل x من \mathbb{R} واستنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (Δ) 0.75

(4) أ) بين أن $f'(x) = (e^{\frac{x}{2}} - 1)^2 + xe^{\frac{x}{2}}(e^{\frac{x}{2}} - 1)$ لكل x من \mathbb{R} 0.5

ب) تحقق أن $x(e^{\frac{x}{2}} - 1) \geq 0$ لكل x من \mathbb{R} ثم استنتج إشارة الدالة المشتقة f' على \mathbb{R} 0.5

ج) ضع جدول تغيرات الدالة f على \mathbb{R} 0.25

5 (أ) بين أن $f''(x) = \frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}g(x)$ بحيث $g(x) = (2x+4)e^{\frac{x}{2}} - x - 4$ لكل x من \square 0.5



ب) من خلال المنحنى جانبه، الممثل للدالة g 0.5

حدد إشارة $g(x)$ على \square (لاحظ أن $g(\alpha) = 0$) 0.5

ج) ادرس تقعر المنحنى (C) وحدد أفصولي نقطتي الانعطاف 0.5

6 أنشئ (C) في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (نأخذ $1, 4 \square \ln(4)$) 1

و $\alpha \square -4,5$ و $f(\alpha) \square -3,5$ 0.5

7 (أ) بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على \square 0.5

ب) أحسب $(f^{-1})'(\ln 4)$ 0.25

8 لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من \mathbb{N} 0.5

أ) بين بالترجع أن لكل n من \mathbb{N} $0 < u_n < \ln 4$ 0.5

ب) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية 0.5

ج) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة 0.25

د) أحسب نهاية المتتالية (u_n) 0.5