

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2017
- الموضوع -



المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

NS 22

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي:

3 نقط	الهندسة الفضائية	التمرين الأول
3 نقط	حساب الاحتمالات	التمرين الثاني
3 نقط	الأعداد العقدية	التمرين الثالث
11 نقطة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل و المتتاليات العددية	المسألة

- بالنسبة للمسألة ، \ln يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

التمرين الأول: (3 نقت)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، المستوى (P) المار من النقطة $A(0, 1, 1)$

و $\vec{u}(1, 0, -1)$ متجهة منظمية عليه و الفلكة (S) التي مركزها النقطة $\Omega(0, 1, -1)$ و شعاعها $\sqrt{2}$

(1) أ- بين أن $x - z + 1 = 0$ هي معادلة ديكراتية للمستوى (P) 0.5

ب- بين أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) و تحقق من أن $B(-1, 1, 0)$ هي نقطة التماس. 0.75

(2) أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من النقطة A و العمودي على المستوى (P) 0.25

ب- بين أن المستقيم (Δ) مماس للفلكة (S) في النقطة $C(1, 1, 0)$ 0.75

(3) بين أن $\vec{OC} \wedge \vec{OB} = 2\vec{k}$ و استنتج مساحة المثلث OCB 0.75

التمرين الثاني: (3 نقت)

يحتوي صندوق على ثماني كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس و تحمل كل واحدة منها عددا كما هو مبين في الشكل جانبه.

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الصندوق.

(1) نعتبر الحدث A : " من بين الكرات الثلاث المسحوبة لا توجد أية كرة تحمل العدد 0 ." 1.5

و الحدث B : " جداء الأعداد التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة يساوي 8 ."

$$\text{بين أن } p(A) = \frac{5}{14} \text{ و أن } p(B) = \frac{1}{7}$$

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بجداء الأعداد التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة.

$$\text{أ- بين أن } p(X = 16) = \frac{3}{28}$$
 0.5

ب- الجدول جانبه يتعلق بقانون احتمال المتغير العشوائي X أتم ملء الجدول بعد نقله على ورقة تحريرك معللا أجوبتك. 1

x_i	0	4	8	16
$p(X = x_i)$				$\frac{3}{28}$

التمرين الثالث: (3 نقت)

نعتبر العددين العقديين a و b بحيث $a = \sqrt{3} + i$ و $b = \sqrt{3} - 1 + (\sqrt{3} + 1)i$

(1) أ- تحقق من أن $b = (1 + i)a$ 0.25

ب- استنتج أن $|b| = 2\sqrt{2}$ و أن $\arg b \equiv \frac{5\pi}{12} [2\pi]$ 0.5

ج- استنتج مما سبق أن $\cos \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ 0.5

(2) المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v})

نعتبر النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي هما a و b و النقطة C التي لحقها c بحيث $c = -1 + i\sqrt{3}$

أ- تحقق من أن $c = ia$ و استنتج أن $OA = OC$ و أن $(\vec{OA}, \vec{OC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ 0.75

ب- بين أن النقطة B هي صورة النقطة A بالإزاحة ذات المتجهة \vec{OC} 0.5

ج- استنتج أن الرباعي $OABC$ مربع. 0.5

المسألة : (11 نقطة)

(I) نتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x^2 + x - 2 + 2\ln x$

(1) تحقق من أن $g(1) = 0$ 0.25

(2) انطلاقا من جدول تغيرات الدالة g جانبه :

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

بين أن $g(x) \leq 0$ لكل x من المجال $]0, 1]$

و أن $g(x) \geq 0$ لكل x من المجال $]1, +\infty[$

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = x + \left(1 - \frac{2}{x}\right) \ln x$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة : 1 cm)

(1) بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ و أول هندسيا النتيجة. 0.5

(2) أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ 0.25

ب- بين أن المنحنى (C) يقبل بجوار $+\infty$ ، فرعا شلجما في اتجاه المستقيم (D) الذي معادلته $y = x$ 0.75

(3) أ- بين أن $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ لكل x من المجال $]0, +\infty[$ 1

ب- بين أن الدالة f تناقصية على المجال $]0, 1]$ و تزايدية على المجال $]1, +\infty[$ 0.75

ج- ضع جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0, +\infty[$ 0.25

(4) أ- حل في المجال $]0, +\infty[$ المعادلة $\left(1 - \frac{2}{x}\right) \ln x = 0$ 0.5

ب- استنتج أن المنحنى (C) يقطع المستقيم (D) في نقطتين يتم تحديد زوج إحداثيتي كل منهما. 0.5

ج- بين أن $f(x) \leq x$ لكل x من المجال $]1, 2]$ واستنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (D) على $]1, 2]$ 0.75

(5) أنشئ ، في نفس المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) ، المستقيم (D) و المنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة 1

أفصولها محصور بين 2,4 و 2,5)

(6) أ- بين أن $\int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2} (\ln 2)^2$ 0.5

ب- بين أن الدالة $H : x \mapsto 2\ln x - x$ هي دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto \frac{2}{x} - 1$ على المجال $]0, +\infty[$ 0.25

ج- باستعمال كاملة بالأجزاء ، بين أن $\int_1^2 \left(\frac{2}{x} - 1\right) \ln x dx = (1 - \ln 2)^2$ 0.5

د- احسب ب cm^2 ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و المستقيم (D) و المستقيمين اللذين 0.5

معادلتاهما $x=1$ و $x=2$

(III) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = \sqrt{3}$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من \mathbb{N}

(1) بين بالترجع أن $1 \leq u_n \leq 2$ لكل n من \mathbb{N} 0.5

(2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية (يمكنك استعمال نتيجة السؤال (II) (4) ج-) 0.5

(3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و حدد نهايتها. 0.75