Correction National SM 2022

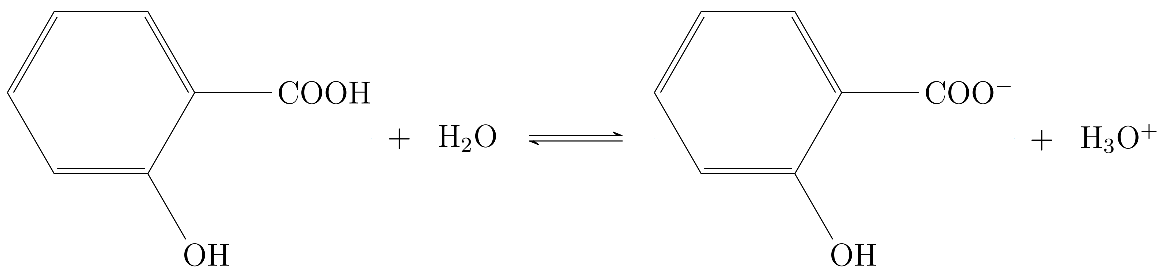
Chimie :

Partie 1 : Étude de quelques réactions de l'acide salicylique :

1. Étude d'une solution aqueuse d'acide salicylique :
   1. On a $C = 0,25$ mol/L et pH=1,8
      1. Définition : τ ou taux d'avancement, c'est le quotient de l'avancement final par l'avancement maximale, il nous renseigne si la réaction est totale ou bien limitée, autrement dit c'est le pourcentage des réactifs réagissant.
      2. On a :

$$\tau = \frac{10^{-\mathrm{pH}}}{C} \overset{\text{A.N}}{=} 0,06 < 1 \Longrightarrow \text{Réaction limitée}$$

Pour la réaction :



   2. Déterminons $\alpha\,(\mathrm{AH})$:
      On note qu'en utilisant le tableau d'avancement, on obtient :

$$\begin{cases} [\mathrm{AH}] & = C(1-\tau) \\ [\mathrm{AH}] + [\mathrm{A^-}] & = C \end{cases}$$

Alors :

$$\begin{aligned} \alpha\,(\mathrm{AH}) &= \frac{[\mathrm{AH}]}{[\mathrm{AH}] + [\mathrm{A^-}]} \\ &= \frac{C(1-\tau)}{C} \\ &= 1 - \tau \\ &\overset{\text{A.N}}{=} 94\% \end{aligned}$$

C'est-à-dire : $\alpha\left(\mathrm{A^-}\right) = 6\% < \alpha\,(\mathrm{AH})$, donc l'acide est prédominant.

   3. Calculons le pK_A du couple $\mathrm{AH/A^-}$:
      On part de la définition de la constante d'acidité :

$$\begin{aligned} K_A &= \frac{[\mathrm{H_3O^+}][\mathrm{A^-}]}{[\mathrm{AH}]} \\ &= \frac{[\mathrm{H_3O^+}]^2}{[\mathrm{AH}]} \\ &= \frac{10^{-2\mathrm{pH}}}{C - 10^{-\mathrm{pH}}} \\ \mathrm{p}K_A &= -\log\left(\frac{10^{-2\mathrm{pH}}}{C - 10^{-\mathrm{pH}}}\right) \overset{\text{A.N}}{=} 3 \end{aligned}$$

2. Titrage d'une solution d'acide salicylique :
   1. L'équation de réaction :

$$AH + OH^- \longrightarrow A^- + H_2O$$

   2. Calculons la constante d'équilibre K :

$$\begin{aligned} K &= Q_{r,\text{éq}} \\ &= \frac{[A^-]}{[AH][OH^-]} \\ &= \frac{[A^-][H_3O^+]}{[AH]} \times \frac{1}{[H_3O^+][OH^-]} \\ &= \frac{K_A}{K_e} \overset{\text{A.N}}{=} 10^{14-3} = 10^{11} \end{aligned}$$

   3. Vérifions si l'indication sur l'étiquette est juste :

$$\begin{aligned} C_A V_A = C_B V_{B,E} &\Longleftrightarrow C_A = \frac{C_B V_{B,E}}{V_A} \\ &\Longleftrightarrow 10C_0 = \frac{C_B V_{B,E}}{V_A} \\ &\Longleftrightarrow m = \frac{10 C_B V_{B,E} M V_s}{V_A} \\ &\Longleftrightarrow m \overset{\text{A.N}}{=} 5\ \text{g} \end{aligned}$$

   L'indication est donc vérifiée.

   4. Toujours en équivalence :
      1. À l'équilibre on a disparition totale d'acide AH, donc $[A^-] = C_0$, et :

$$[A^-] = \frac{C_B V_{B,E}}{V_A + V_{B,E}} \overset{\text{A.N}}{=} 4,5 \times 10^{-2}\ \text{mol/L}$$

      2. Trouvons le pH de la solution :
         On a :

$$\begin{aligned} K_A &= \frac{[A^-][H_3O^+]}{[AH]} \\ \frac{[A^-][H_3O^+]}{[OH^-]} &= \frac{[A^-][H_3O^+]^2}{K_e} \\ [H_3O^+] &= \sqrt{\frac{K_A K_e}{[A^-]}} \\ \text{pH} &= \frac{1}{2}\left(\text{p}K_A + \text{p}K_e + \log[A^-]\right) \\ &\overset{\text{A.N}}{=} 7,8 \end{aligned}$$

      3. Puisque, on a $\text{pH}_e \in [6,8\ ;\ 8,4]$ alors l'indicateur coloré adéquat est : le rouge de phénol.
         Parmi les inconvénients des autres indicateurs colorés c'est le changement de couleur avant l'équivalence.

Partie 2 : Cadmiage d'une pièce métallique :

1. L'équation de la réaction au niveau de l'anode :

$$\mathrm{Cd} \rightleftharpoons \mathrm{Cd}^{2+} + 2e^-$$

2. Trouvons l'expression de la masse du Cadium Cd :

$$n\left(\mathrm{Cd}\right) = \frac{n(e^-)}{2}$$
$$\frac{m\left(\mathrm{Cd}\right)}{M\left(\mathrm{Cd}\right)} = \frac{I\Delta t}{2\mathscr{F}}$$
$$m\left(\mathrm{Cd}\right) = \frac{I\Delta t M\left(\mathrm{Cd}\right)}{2\mathscr{F}}$$
$$m\left(\mathrm{Cd}\right) \overset{\mathrm{A.N}}{=} 2,62 \text{ g}$$

3. Calculons l'épaisseur e :

$$m' = \rho V$$
$$\frac{m}{2} = \rho L l e$$
$$e = \frac{m}{2\rho L l}$$
$$\overset{\mathrm{A.N}}{=} 16,7\ \mu\mathrm{m}$$

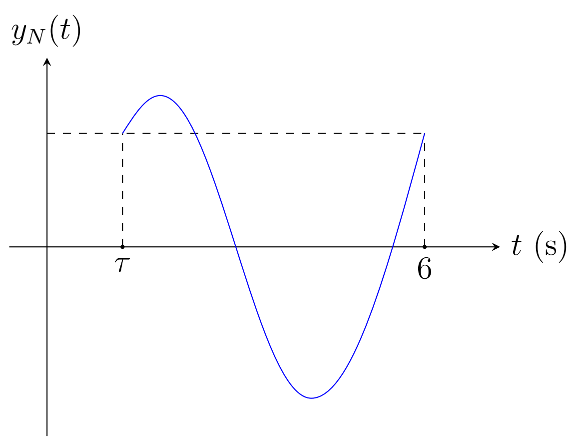
Physique :

Exercice 02 : Propagation d'une onde mécanique (La houle) :

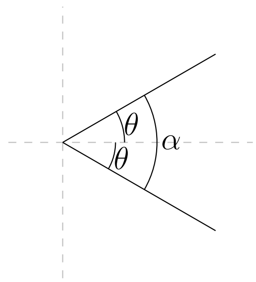
1. Aucune affirmation est vrai
2. La vitesse de propagation :
   On a : $T = 4$ s et $\lambda = 20$ m, alors :

$$v = \frac{\lambda}{T} \overset{\mathrm{A.N}}{=} 5 \text{ m/s}$$

3. Représentons l'allure de $y_N(t)$:
   On a $y_N(t) = y_M(t-\tau)$, donc N reprend le même mouvement de M après un retard temporel τ, tel que : $\tau = \dfrac{MN}{v} = 2$ s, donc :



4. Déterminons l'angle α qui délimite la zone touchée par le phénomène :



On a :

$$\alpha = 2\theta$$

Or on sait que :

$$\theta = \frac{d}{a}$$

Alors :

$$\alpha = 2\frac{d}{a} \overset{\text{A.N}}{=} 2 \text{ rad}$$

Exercice 03 : Radioactivité de Césium 137 :

1. Une seule affirmation qui est vraie.
2. L'équation de désintégration :

$${}^{137}_{55}\text{Cs} \longrightarrow {}^{137}_{56}\text{Ba} + {}^{0}_{-1}e$$

   Le type de cette désintégration est β^-.

3. On maintient un échantillon du thé contenant ${}^{137}\text{Cs}$:
   1. Calculons $|\Delta E|$ libérée par ${}^{137}\text{Cs}$:
      On a :

$$|\Delta E| = NE_{\text{lib}}$$

      Avec :

$$a = \lambda N \Longleftrightarrow N = \frac{at_{1/2}}{\ln 2} \overset{\text{A.N}}{=} 2,73 \times 10^{11}$$

      D'autre part, on a :

$$\begin{aligned} E_{\text{lib}} &= \left|m\left({}^{137}_{56}\text{Ba}\right) + m\left({}^{0}_{-1}e\right) - m\left({}^{137}_{55}\text{Cs}\right)\right|c^2 \\ &\overset{\text{A.N}}{=} |136,87511 + 0,00055 - 136,87692| 931,5\text{MeV}.c^{-2}.c^2 \\ &= 1,17369 \text{ MeV} \end{aligned}$$

      Donc :

$$|\Delta E| = 3,2 \times 10^{11} \text{ MeV}$$

   2. Déterminons l'instant t pour que le lot atteint la norme autorisée :
      On note η la concentration en activité en (Bq/Kg) défini par :

$$\eta = \frac{a}{m}$$

      La norme autorisée est 500 Bq/Kg, donc :

$$a = m\eta \overset{\text{A.N}}{=} 100 \text{ Bq}$$

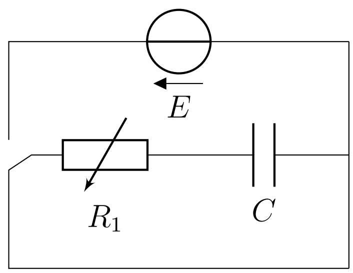
      D'après la loi de décroissance radioactive :

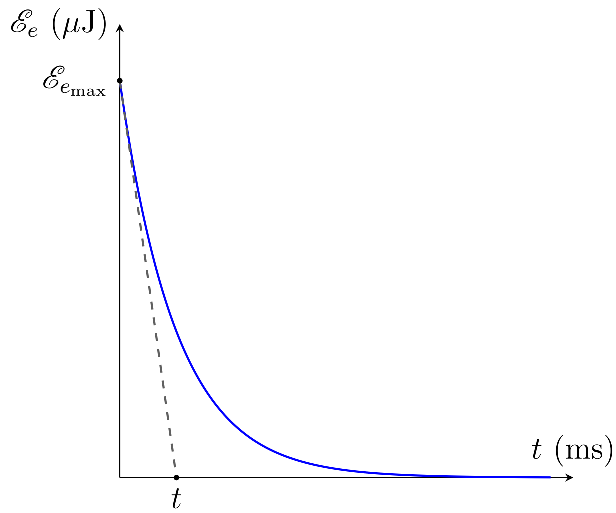
$$\begin{aligned} a &= a_0 e^{-\lambda t_1} \\ t_1 &= -\frac{\ln(a/a_0)}{\ln 2} t_{1/2} \\ &\overset{\text{A.N}}{=} 30 \text{ ans} \end{aligned}$$

      C'est-à-dire la norme autorisée sera atteinte après 30 ans.

Exercice 04 : Électricité :

1. Décharge d'un condensateur :
   On étudie le comportement du circuit suivant :





   1. Trouvons l'équation différentielle :
      D'après la loi des mailles :

$$u_R + u_c = 0 \iff R_1 i + u_c = 0$$
$$\iff R_1 C \frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} + u_c = 0$$

      Donc :

$$\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{R_1 C} u_c = 0$$

   2. La solution est : $u_c = k\exp(-t/\tau)$, trouvons k et τ en fonction des paramètres du circuit :
      On remplace l'expression donnée dans l'équation différentielle :

$$\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{R_1 C} u_c = 0$$
$$-\frac{k}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{k}{R_1 C} e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$$
$$k e^{-\frac{t}{\tau}} \left(\frac{1}{R_1 C} - \frac{1}{\tau} \right) = 0$$
$$\tau = R_1 C$$

      Pour k on a à $t = 0$ le condensateur est chargé donc : $u_c = E \iff k e^0 = E \iff k = E$, par suite :

$$u_c = E \exp\left(-\frac{t}{R_1 C} \right)$$

   3. Montrons que $t = \dfrac{\tau}{2}$:
      On a :

$$\mathscr{E}_e = \frac{1}{2} C u_c^2 = \frac{1}{2} C E^2 e^{-\frac{2t}{R_1 C}}$$

      C'est-à-dire :

$$\mathscr{E}_e = \mathscr{E}_{e_{\max}} e^{-\frac{2t}{\tau}}$$

Équation de la tangente de la fonction $\mathscr{E}_e(t)$ en $t = 0$:

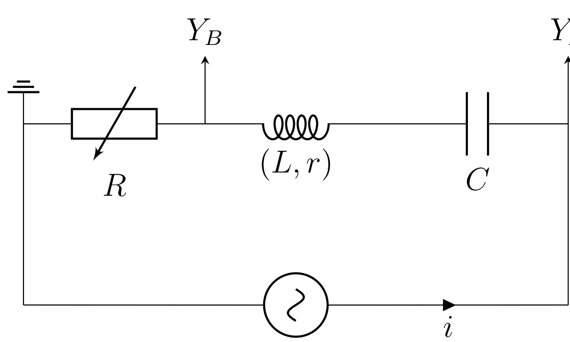
$$y = \mathscr{E}_e(0) + \mathscr{E}_e'(0)t$$
$$y = \mathscr{E}_{e_{\max}} - \frac{2\mathscr{E}_{e_{\max}}}{\tau}t$$

Donc :

$$y = 0 \Longleftrightarrow 1 - \frac{2t}{\tau} = 0 \Longleftrightarrow t = \frac{\tau}{2}$$

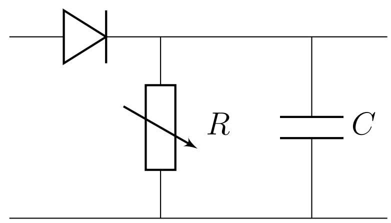
4. Déterminons C et E :
   On a :
$$2\tau' = R_1 C \Longleftrightarrow C = \frac{2\tau'}{R_1} \overset{\text{A.N}}{=} 10\ \mu\text{F}$$
   Et on a :
$$\mathscr{E}_{e_{\max}} = \frac{1}{2}CE^2 \Longleftrightarrow E = \sqrt{\frac{2\mathscr{E}_{e_{\max}}}{C}} \overset{\text{A.N}}{=} 6\ \text{V}$$
5. Trouvons l'énergie dissipée par effet joule $|\mathscr{E}_j|$ entre $0 \leq t \leq 0,9\tau$:
$$\begin{aligned}|\mathscr{E}_j| &= \mathscr{E}_0 - \mathscr{E}_{0,9\tau}\\ &= \frac{1}{2}CE^2 - \frac{1}{2}CE^2 \exp\left(-\frac{2 \times 0,9\tau}{\tau}\right)\\ &= \mathscr{E}_{e_{\max}}\left(1 - e^{-1,8}\right)\\ &\overset{\text{A.N}}{=} 150,24\ \mu\text{J}\end{aligned}$$

2. Les oscillations forcées dans un circuit RLC :
   1. Afin de visualiser les tensions $u(t)$ et $u_{R_2}(t)$, on utilise le branchement suivant :



   2. Déterminons les grandeurs demandées :
      a. La fréquence : $N = \dfrac{1}{T} \overset{\text{A.N}}{=} 250$ Hz
      b. L'impédance : $I_m = \dfrac{U_{R_{2m}}}{R_2} \overset{\text{A.N}}{=} 0,2$ A. Et on a : $Z = \dfrac{U_m}{I_m} \overset{\text{A.N}}{=} 40\ \Omega$
      c. Le déphasage : $u(t)$ est en avance par rapport à u_{R_2}, donc $\Delta\varphi < 0$, par suite : $\Delta\varphi = -\dfrac{2\pi\tau}{T} \overset{\text{A.N}}{=} -\dfrac{\pi}{4}$
   3. Calculons la puissance moyenne :
$$\begin{aligned}\mathscr{P}_{\text{moy}} &= UI\cos\varphi\\ &= \frac{U_m I_m}{2}\cos\varphi\\ &\overset{\text{A.N}}{=} 0,565\ \text{W}\end{aligned}$$

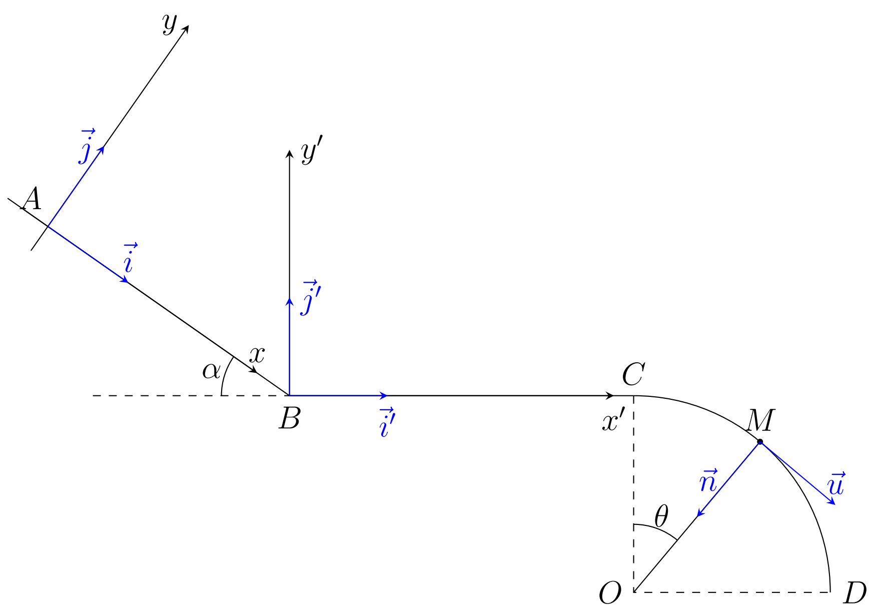
3. Démodulation d'amplitude d'une onde



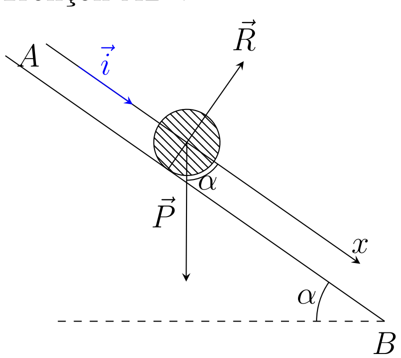
   1. Le rôle du circuit ci dessus est : trouver l'onde émise.
   2. On a : $\tau = R_2C \overset{\text{A.N}}{=} 20$ ms et $T_s = \dfrac{1}{N_s} \overset{\text{A.N}}{=} 10^{-4}$ ms. Puisque $\tau > T_s$ alors le constituant ne joue pas son rôle.

Exercice 05 : Mécanique :

Partie 1 : Mouvement d'un jouet sur une gouttière :



1. Tronçon AB :



   1. Trouvons t_{AB} : D'après la relation fondamentale de la dynamique appliquée sur le corps (S) dans le repère galiléen $\mathcal{R}$:

$$\begin{aligned} \sum \vec{F} = m\vec{a} &\Longleftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a} \\ &\Longleftrightarrow P\sin\alpha = ma_x \\ &\Longleftrightarrow mg\sin\alpha = ma_x \\ &\Longleftrightarrow a_x = g\sin\alpha \end{aligned}$$

Donc le mouvement est rectiligne uniformément accélérée, c'est-à-dire :

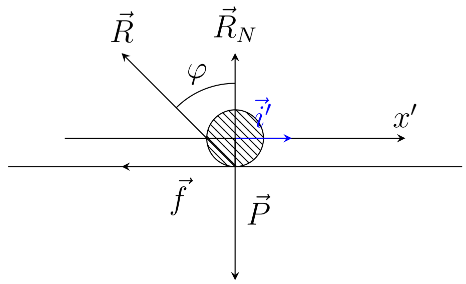
$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = \frac{1}{2}at^2$$

Donc :

$$t_{AB} = \sqrt{\frac{2AB}{g\sin\alpha}} \overset{\text{A.N}}{=} 0,8 \text{ s}$$

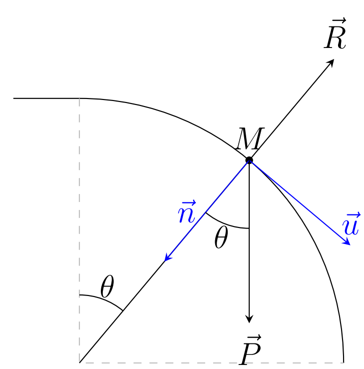
2. Trouvons v_B :
   On a :
   $$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = a_x t = g\sin\alpha t$$
   Le corps atteint B à $t = 0,8$ s, donc :
   $$v_B \overset{\text{A.N}}{=} 4 \text{ m/s}$$

2. Tronçon BC :



Trouvons f :
Par application de la relation fondamentale de la dynamique sur (S) dans $\mathcal{R}'$:
$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \iff \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$
$$\iff -f = ma_x$$
$$\iff a_x = -\frac{f}{m}$$
Donc le mouvement est rectiligne uniformément accélérée, c'est à dire qu'en prenant en compte que $t = 0$ à B et que $v_c = 0$ m/s, alors :
$$v = a_x t + v_B \overset{t=t_C}{\Longrightarrow} v_c = -\frac{f}{m}t + v_B \iff f = \frac{v_B m}{t_C} \overset{\text{A.N}}{=} 0,4 \text{ N}$$

3. Tronçon CD :
   1. Travaillons dans la base de Frenet :
      1. Appliquons la relation fondamentale de la dynamique sur notre corps :
      $$\sum \vec{F} = m\vec{a} \iff \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$
      $$\iff P\cos\theta - R = ma_n$$
      $$\iff R = mg\cos\theta - m\frac{v^2}{r}$$
      $$\iff R = m\left(g\cos\theta - \frac{\dot{\theta}^2}{r}\right)$$



      2. On projette maintenant la relation précédente sur $\vec{u}$:
      $$mg\sin\theta = ma_t \iff mg\sin\theta = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$
      $$\iff g\sin\theta = \frac{\mathrm{d}r\dot{\theta}}{\mathrm{d}t}$$
      $$\iff \ddot{\theta} = \frac{g\sin\theta}{r}$$

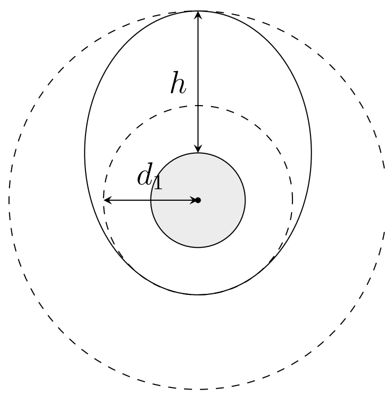
2. Trouvons l'expression de R, tel que : $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{2g}{r}(1-\cos\theta)}$

$$\begin{aligned} R &= m\left(g\cos\theta - r\dot{\theta}^2\right) \\ &= m\left(g\cos\theta - 2g(1-\cos\theta)\right) \\ &= m\left(-2g + 3g\cos\theta\right) \\ &= mg\left(3\cos\theta - 2\right) \end{aligned}$$

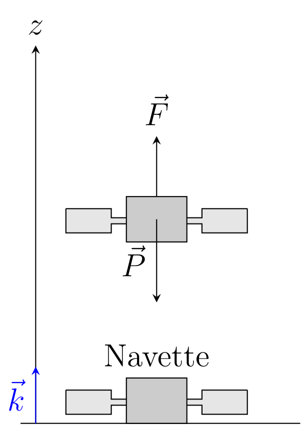
3. Trouvons l'angle θ pour laquelle le solide quitte la gouttière :
Le corps quitte la gouttière, c'est-à-dire $R = 0$ N :

$$3\cos\theta - 2 = 0 \Longleftrightarrow \theta = \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) \overset{\text{A.N}}{=} 48,2°$$

Partie 2 : Mise en orbite d'un satellite autour de la terre :



1. Phase de décollage de la navette spatiale :



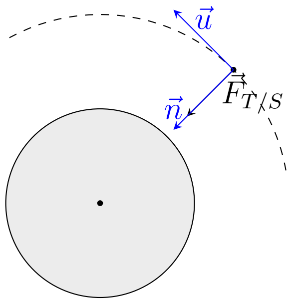
Appliquons la deuxième loi de Newton :

$$\begin{aligned} \sum \vec{F} = m\vec{a} &\Longleftrightarrow \vec{F} + \vec{P} = m\vec{a} \\ &\Longleftrightarrow F - P = ma \\ &\Longleftrightarrow a = \frac{F - mg}{m} \\ &\Longleftrightarrow a = \frac{F}{m} - g = \text{C}^{\text{te}} \end{aligned}$$

Donc :

$$z = \frac{1}{2}at^2 \overset{t\to 6\text{s}}{\Longrightarrow} z \overset{\text{A.N}}{=} 109,62 \text{ m}$$

2. Phase de la mise en orbite basse du satellite :
Dans cette phase la navette se trouve dans l'orbite O_1 de rayon d_1 :



1. Déterminons la vitesse de la navette :
   Appliquons la relation fondamentale de la dynamique :

$$\begin{aligned}\vec{F}_{T/S} = m\vec{a} &\Longleftrightarrow F_{T/S} = ma_n\\ &\Longleftrightarrow G\frac{M_T m}{d_1^2} = m\frac{v_s}{d_1}\\ &\Longleftrightarrow v_s = \sqrt{\frac{GM_T}{d_1}} \overset{\text{A.N}}{=} 7,8\times 10^3 \text{ m/s}\end{aligned}$$

2. Trouvons l'expression de T_s :
   On a :

$$v = d_1\omega = d_1\frac{2\pi}{T_s} \Longleftrightarrow T_s = \frac{2\pi d_1}{v}$$

En utilisant l'expression de v_s on obtient :

$$T_s = 2\pi d_1\sqrt{\frac{d_1}{GM_T}}$$

On peut facilement vérifier que :

$$T_s^2 = \frac{4\pi^2 d_1^3}{GM_T} \Longleftrightarrow \frac{T_s^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} = \text{C}^{\text{te}}$$

D'où la troisième loi de Kepler.

3. Phase de transfert du satellite en satellite géostationnaire :
   1. Le point où la vitesse est minimale :
      Selon la loi des aires, l'air balayé par le segment qui lie le centre de gravité de la terre et le satellite, de deux passages différents de $A \to A'$ et $B \to B'$ dans la même durée sont égaux :

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_1 = \mathcal{A}_1 &\Longrightarrow AA' > BB'\\ &\Longrightarrow v_A > v_B\end{aligned}$$

      Donc la vitesse est minimale au voisinage de B.
   2. On augmente la vitesse en B :
      1. Montrons l'expression de h : On sait que :

$$\begin{aligned}\frac{T^2}{(R_T+h)^3} &= \frac{4\pi^2}{GM_T}\\ (R_T+h)^3 &= \frac{T^2GM_T}{4\pi^2}\\ h &= \sqrt[3]{\frac{T^2GM_T}{4\pi^2}} - R_T\end{aligned}$$

      2. Calculons la vitesse du centre d'inertie du satellite sur l'orbite O_3 :
         On sait déjà que :

$$\begin{aligned}v &= \sqrt{\frac{GM_T}{R_T+h}}\\ &= \sqrt{\frac{GM_T}{\sqrt[3]{\frac{T^2GM_T}{4\pi^2}}}}\\ &= \sqrt{\frac{2\pi GM_T}{T}}\\ &\overset{\text{A.N}}{=} 3,1\times 10^3 \text{ m/s}\end{aligned}$$