المادة : الفيزياء والكيمياء	المستوى : 2 علوم رياضية (أ) و(ب)

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2012 - الدورة العادية

أستاذ المادة : مصطفى قشيش — المؤسسة : ثانوية بلال بن رباح التأهيلية - تمارة

الكيمياء

الجزء الأول: تفاعلية أيونات الإيثانوات

1. دراسة تفاعل أيونات الإيثانوات مع الماء:

1.1. معادلة التفاعل باستعمال الصيغ نصف المنشورة:

$$CH_3COO^-_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows CH_3COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$$

2.1. * ننشئ جدول تقدم التفاعل:

معادلة التفاعل	$CH_3COO^-_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows CH_3COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$				
حالة المجموعة	التقدم x	كميات المادة $(mo\ell)$			
الحالة البدئية	$x=0$	0	0	وفير	$C_1.V$
حالة التوازن	$x=x_{éq}$	$x_{éq}$	$x_{éq}$	وفير	$C_1.V-x_{éq}$
تحول كلي	$x=x_m$	x_m	x_m	وفير	$C_1.V-x_m$

* تعبير نسبة التقدم النهائي:

- حسب الجدول نجد:

$$n_{éq}(HO^-)=x_{éq} \Rightarrow [HO^-]_{éq}=\frac{x_{éq}}{V} \Rightarrow x_{éq}=[HO^-]_{éq}.V \quad (1)$$

- حسب الجداء الأيوني للماء:

$$[HO^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}=Ke \Rightarrow [HO^-]_{éq}=\frac{Ke}{[H_3O^+]}=\frac{Ke}{10^{-pH}}=10^{pH}.Ke \quad (2)$$

- من العلاقتين (1) و(2) نستنتج أن:

$$x_{éq}=10^{pH}.Ke.V$$

- باعتبار التحول كلي:

$$C_1V-x_m=0 \Rightarrow x_m=C_1.V$$

- تعبير نسبة التقدم النهائي:

$$\tau_1=\frac{x_{éq}}{x_m}=\frac{10^{pH}.Ke.V}{C_1.V} \Rightarrow \tau_1=\underline{\frac{10^{pH}.Ke}{C_1}}$$

- حساب نسبة التقدم النهائي:

+ حساب التركيز البدئي:

$$C_1=\frac{n}{V}=\frac{m}{M.V}=\frac{0,41}{82\times 0,5}=\underline{10^{-2}\,mo\ell.L^{-1}}$$

+ حساب نسبة التقدم النهائي:

$$\tau_1=\frac{10^{8,4}.10^{-14}}{10^{-2}}=\underline{2,5.10^{-4}}$$

3.1. تعبير ثابتة التوازن:

$$K=\frac{[HO^-]_{éq}\times[CH_3COOH]_{éq}}{[CH_3COO^-]_{éq}}$$

- من نتيجة السؤال السابق:

$$x_{éq}=10^{pH}.Ke.V=C_1.\tau_1.V \Rightarrow \frac{x_{éq}}{V}=C_1.\tau_1$$

- تكتب ثابتة التوازن:

$$K=\frac{\frac{x_{éq}}{V}\times\frac{x_{éq}}{V}}{\frac{C_1.V-x_{éq}}{V}}=\frac{(\frac{x_{éq}}{V})^2}{C_1-\frac{x_{éq}}{V}}\Rightarrow K=\frac{(C_1.\tau_1)^2}{C_1-C_1.\tau_1}$$

$$\Rightarrow \underline{K=\frac{C_1.\tau_1{}^2}{1-\tau_1}}$$

- التحقق من القيمة:

$$K=\frac{10^{-2}\times(2{,}5.10^{-4})^2}{1-2{,}5.10^{-4}}\approx\underline{6{,}3.10^{-10}}$$

.3.1 * حساب نسبة التقدم النهائي عند تخفيف المحلول:

- ثابتة التوازن لا تتعلق إلا بدرجة الحرارة:

$$K=\frac{C_2.\tau_2{}^2}{1-\tau_2}\Rightarrow C_2.\tau_2{}^2+K.\tau_2-K=0$$

$$\Rightarrow 10^{-3}.\tau_2{}^2+6{,}3.10^{-10}.\tau_2-6{,}3.10^{-10}=0$$

$$\Rightarrow \tau_2{}^2+6{,}3.10^{-7}.\tau_2-6{,}3.10^{-7}=0$$

$$\Delta\approx2{,}5.10^{-6}\ \Rightarrow \tau_2\approx\underline{7{,}9.10^{-4}}$$

* نستنتج أن تخفيف المحلول الذي يحتوي على أيونات الإيثانوات يزيد من تفكك هذه الأيونات مع الماء.

.2 دراسة تفاعل أيونات الإيثانوات مع حمض الميثانويك:

.1.2 أ – التحقق من قيمة ثابتة التوازن:

- حسب التعريف:

$$K=\frac{[CH_3COOH]_{éq}\times[HCOO^-]_{éq}}{[CH_3COO^-]_{éq}\times[HCOOH]_{éq}}$$

- حسب الجدول الوصفي:

$$[CH_3COOH]_{éq}=[HCOO^-]_{éq}=\frac{x_{éq}}{V_1+V_2}$$

و $[CH_3COO^-]_{éq}=\frac{CV_1-x_{éq}}{V_1+V_2}$ و $[HCOOH]_{éq}=\frac{CV_2-x_{éq}}{V_1+V_2}$

- يكتب تعبير ثابتة التوازن:

$$K=\frac{\frac{x_{éq}}{V_1+V_2}\times\frac{x_{éq}}{V_1+V_2}}{\frac{CV_1-x_{éq}}{V_1+V_2}\times\frac{CV_2-x_{éq}}{V_1+V_2}}=\frac{(x_{éq})^2}{(CV_1-x_{éq}).(CV_2-x_{éq})}$$

- نبحث عن قيمة التقدم النهائي:

من خلال تعبير الموصلية عند التوازن: $\sigma_{éq}=81{,}9+1{,}37.10^4.x_{éq}$ ، ومنه:

$$x_{éq}=\frac{\sigma_{éq}-81{,}9}{1{,}37.10^4}=\frac{83{,}254-81{,}9}{1{,}37.10^4}=\underline{9{,}88.10^{-5}\,mo\ell}$$

- تطبيق عددي:

$$K=\frac{(9{,}88.10^{-5})^2}{(10^{-2}\times90.10^{-3}-9{,}88.10^{-5}).(10^{-2}\times10.10^{-3}-9{,}88.10^{-5})}\approx\underline{10}$$

1.2. ب – استنتاج قيمة ثابتة الحمضية:

- تكتب ثابتة التوازن على الشكل:
$$K=\frac{K_A(CH_3COOH/CH_3COO^-)}{K_A(HCOOH/HCOO^-)}=\frac{K_{A1}}{K_{A2}}$$

- نستنتج أن:
$$K_{A2}=\frac{K_{A1}}{K}=\frac{1,6.10^{-5}}{10}=\underline{1,6.10^{-4}}$$

2.2. * حساب pH الخليط عند التوازن:

- بالنسبة للمزدوجة CH_3COOH/CH_3COO^-:
$$pH=pK_{A1}+Log\frac{[CH_3COO^-]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}}$$

ومنه
$$pH=pK_{A1}+Log\frac{CV_1-x_{éq}}{x_{éq}}=-Log(1,6.10^{-5})+Log\frac{10^{-2}\times 90.10^{-3}-9,88.10^{-5}}{9,88.10^{-5}}$$

فنجد
$$pH\approx 5,7$$

* استنتاج النوعين الكيميائيين المهيمنين في الخليط عند التوازن:

نقارن قيمة pH الخليط عند التوازن مع كل من pK_{A1} و pK_{A2} :
$$pK_{A2}=-LogK_{A2}=-Log(1,6.10^{-4})=3,8 \text{ و } pK_{A1}=-LogK_{A1}=-Log(1,6.10^{-5})=4,8$$

ومنه $pH>pK_{A1}$ و $pH>pK_{A2}$ ، فإن النوعين الكيميائيين المهيمنين في الخليط هما:
$$HCOO^-_{(aq)} \text{ و } CH_3COO^-_{(aq)}$$

الجزء الثاني: دراسة العمود نحاس - ألومنيوم

1.1- تحديد منحى تطور المجموعة الكيميائية:

- نحسب خارج التفاعل البدئي:
$$Q_{r,i}=\frac{[Cu^{2+}]_i^3}{[A\ell^{3+}]_i^2}=\frac{C_0^3}{C_0^2}=C_0=\underbrace{5.10^{-3}}_{\text{مبيانيا}}$$

- نقارن مع ثابتة التوازن:
$$Q_{r,i}=5.10^{-3}>>K=10^{-20}$$

- حسب معيار التطور التلقائي، فإن المجموعة الكيميائية تتطور في المنحى (2)، أي منحى تآكل صفيحة الألومنيوم.

2.1- التبيانة الاصطلاحية للعمود:

- تتأكسد صفيحة الألومنيوم وتمثل الأنود للعمود المدروس:
$$\ominus A\ell_{(s)}/A\ell^{3+}_{(aq)}//Cu^{2+}_{(aq)}/Cu_{(s)}\oplus$$

1.2- تعبير التركيز:

- إنشاء الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل	$3Cu^{2+}_{(aq)}$ +	$2A\ell_{(s)}$ $\rightleftarrows$	$3Cu_{(s)}$ +	$2A\ell^{3+}_{(aq)}$		كمية مادة الإلكترونات المتبادلة : $n(e^-)$
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة $(mo\ell)$				
الحالة البدئية	0	$C_0.V$	$n_i(Cu)$	$n_i(A\ell)$	$C_0.V$	0
الحالة البينية	x	$C_0.V+2x$	$n_i(Cu)+3x$	$n_i(A\ell)-2x$	$C_0.V-3x$	$6x$

- حسب الجدول الوصفي: $\quad (*) \quad \left[Cu^{2+}\right]=\dfrac{C_0.V-3x}{V}=C_0-3.\dfrac{x}{V}$

- كمية مادة الإلكترونات المتبادلة بين المختزل والمؤكسد عند اللحظة t هي $n(e^-)=6.x$ ، أي $\quad (1)\ x=\dfrac{n(e^-)}{6}$

- لدينا العلاقة التالية: $Q=I\times\Delta t=n(e^-)\times F$ ، أي $\quad (2)\ n(e^-)=\dfrac{I\times\Delta t}{F}=\dfrac{I}{F}.t\ (\Delta t=t-0)$

- نعوض (1) و(2) في العلاقة (*)، فنحصل على: $\quad \left[Cu^{2+}\right]=C_0-\dfrac{I}{2.F.V}.t$

-2.2 استنتاج شدة التيار:

- نلاحظ مبيانيا أن الدالة $\left[Cu^{2+}\right]=f(t)$ تآلفية، معادلتها: $\quad \left[Cu^{2+}\right]=b+a.t$

يمثل a المعامل الموجه للمستقيم، قيمته من المبيان هي: $\quad a=\dfrac{0-5.10^{-2}}{5\times 500-0}=-\,2.10^{-5}\,mo\ell.L^{-1}.s^{-1}$

- بمطابقة تعبيري التركيز نتوصل إلى: $a=-\dfrac{I}{2.F.V}$ ، ومنه $\quad I=-\,2.F.V.a$

- تطبيق عددي: $\quad I=-\,2.96500\times 0{,}05\times(-2.10^{-5})=\underline{0{,}19\,A}$

-3 * إيجاد تعبير تغير كتلة صفيحة الألومنيوم عندما يستهلك العمود كليا:

- لدينا العلاقة: $\quad \Delta m(A\ell)=\Delta n(A\ell).M(A\ell) \quad (1)$

- من الجدول الوصفي:

$$\Delta n(A\ell)=n_{tc}(A\ell)-n_i(A\ell)=\left(n_i(A\ell)-2.x\right)-n_i(A\ell)$$
$$\Rightarrow \Delta n(A\ell)=-2.x \quad (2)$$

- حسب مراحل الحل للسؤال السابق، فإن: $\quad x=\dfrac{I.\Delta t}{6.F}=\dfrac{I.t_c}{6.F} \quad (3)$

- نعوض (2) و(3) في العلاقة (1)، فنحصل على:

$$\Delta m(A\ell)=-\frac{I.t_c}{3.F}.M(A\ell)$$
$$=-\frac{0{,}19\times(5\times 500)}{3\times 96500}\times 27$$
$$=\underline{-0{,}0443\,g}=\underline{-44{,}3\,mg}$$

الفيزياء

تمرين1: التفاعلات النووية لنظائر الهيدروجين

1. النشاط الإشعاعي β^- لتريتيوم:

-1.1 معادلة تفتت نويدة الترتيوم3: بتطبيق قانوني صودي نجد: $\quad {}^{3}_{1}H \rightarrow {}^{3}_{2}He + {}^{0}_{-1}e$

-2.1 تحديد عمر النصف للتريتيوم:

- حسب قانون التناقص الإشعاعي فإن: $N(t)=N_0.e^{-\lambda.t}$ ومنه $\quad \ell n(N)=\ell n\left(N_0.e^{-\lambda.t}\right)$

أي: $\quad (1)\quad \ell n(N)=\ell n(N_0)-\lambda.t$

- نلاحظ مبيانيا أن الدالة $\ell n(N)=f(t)$ تآلفية معادلتها: $\ell n(N)=b+a.t$

يمثل a المعامل الموجه للمستقيم، قيمته من المبيان هي: $a=\dfrac{48,75-50}{22-0}=-5,68.10^{-2}\,an^{-1}$

- بمطابقة تعبيري $\ell n(N)$ نتوصل إلى: $a=-\lambda$ ، ومنه $\lambda=-a$ ، أي $\lambda=5,68.10^{-2}\,an^{-1}$

- نعلم أن تعبير عمر النصف هو: $t_{1/2}=\dfrac{\ell n2}{\lambda}=\dfrac{\ell n2}{5,68.10^{-2}}=\underline{12,2\,ans}$

2. الاندماج النووي:

1.2- المجال رقم (1) هو الذي يتضمن النويدات التي يمكن أن تخضع لتفاعلات الاندماج، لأن هذا الأخير لا يحصل إلا للنوى الخفيفة مثل نظائر الهيدروجين.

2.2- * حساب الطاقة $\Delta E'$ الناتجة عن اندماج نواة واحدة من الدوتيريوم $^{2}_{1}H$:

معادلة التفاعل النووي: $^{2}_{1}H + {}^{3}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{1}_{0}n$

$$\Delta E'=\Delta m.c^2=[m(^{4}_{2}He)+m(^{1}_{0}n)-m(^{2}_{1}H)-m(^{3}_{1}H)].c^2$$

$$\Delta E'=[4,00150+1,00866-2,01355-3,01550].u.c^2$$

$$\Delta E'=-0,01889.u.c^2 \quad (u.c^2=931,5\,MeV)$$

$$\Delta E'=-0,17726\times 931,5\,MeV \Rightarrow \underline{E\approx -17,59\,MeV}$$

* استنتاج الطاقة ΔE الناتجة عن اندماج الكتلة m من الدوتيريوم $^{2}_{1}H$ المستخلصة من الحجم $V=1,0\,m^3$ من ماء البحر:

- الكتلة المستخلصة من الحجم $V=1,0\,m^3$ من ماء البحر: $m=33(mg/L)\times 10^3(L)=33\,g$

- عدد نوى الدوتيريوم $^{2}_{1}H$ في العينة كتلتها $m=33g$ هو:

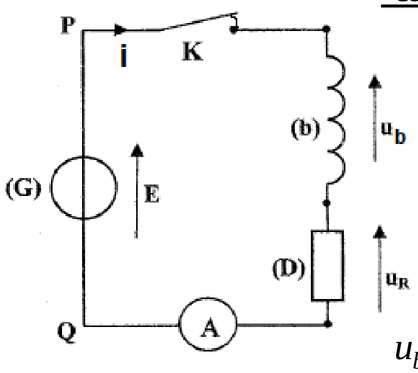
$$N=\frac{m}{m(^{3}_{1}H)}=\frac{33.10^{-3}}{2,01355\times 1,66.10^{-27}}=9,87.10^{24}\ (noyaux)$$

- تعبير الطاقة E' هو: $\Delta E=N.\Delta E'$

ت.ع: $\Delta E=9,87.10^{24}\times(-17,59\,MeV)=-1,74.10^{26}\,MeV$

- القيمة المطلقة للطاقة المحصل عليها هي: $|\Delta E|=\underline{1,74.10^{26}\,MeV}$

تمرين2: <u>تحديد مميزات وشيعة قصد استعمالها في انتقاء موجة مضمنة</u>



1. تحديد معامل التحريض L والمقاومة r للوشيعة (b):

1.1- أ- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_R(t)$:

- قانون إضافية التوترات: $u_b+u_R=E\ (*)$

- في الاصطلاح مستقبل : قانون أوم للموصل الأومي: $u_R=R.i$ أو $i=\dfrac{1}{R}.u_R$

وللوشيعة: $u_b=r.i+L.\dfrac{di}{dt}$ أو $u_b=\dfrac{r}{R}.u_R+L.\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{1}{R}.u_R\right)=\dfrac{r}{R}.u_R+\dfrac{L}{R}.\dfrac{du_R}{dt}$

تكتب المعادلة $(*)$: $\dfrac{r}{R}.u_R+\dfrac{L}{R}.\dfrac{du_R}{dt}+u_R=E$ أو $L.\dfrac{du_R}{dt}+u_R(R+r)=R.E$

فتكون المعادلة التفاضلية هي: $L.\frac{du_R}{dt}+(R+r).u_R-R.E=0$

ب- تحديد تعبير كل من الثابتة U_0 و الثابتة λ:

- يكتب حل المعادلة السابقة على الشكل التالي: $u_R(t)=U_0.(1-e^{-\lambda.t})$ و $\frac{du_R}{dt}=\lambda.U_0.e^{-\lambda.t}$

- نعوض في المعادلة التفاضلية: $L.(\lambda.U_0.e^{-\lambda.t})+(R+r).U_0.(1-e^{-\lambda.t})-R.E=0$

ومنه $$U_0.e^{-\lambda.t}\left[\underbrace{L.\lambda-(R+r)}_{=0}\right]+\underbrace{U_0(R+r)-E.R}_{=0}=0$$

نستنتج أن: $\lambda=\frac{r+R}{L}$ و $U_0=\frac{R.E}{r+R}$

2.1- أ- * تعبير المقاومة:

- في النظام الدائم: $u_R=U_0=R.\frac{E}{R+r}$ و $u_R=R.I=U_0$ ومنه $I=\frac{E}{R+r}$ أي $r=\frac{E}{I}-R=\frac{E}{I}-\frac{U_0}{I}$

- نتوصل إلى التعبير التالي: $r=\frac{E-U_0}{I}$

- تطبيق عددي: $r=\frac{10-7,6}{0,1}=24\Omega$

ب- التعبير عن المقدار $\left(\frac{du_R}{dt}\right)_0$:

- تكتب المعادلة التفاضلية عند اللحظة $t=0$: $L.\left(\frac{du_R}{dt}\right)_0+(R+r).\underbrace{u_R(0)}_{=0}-R.E=0$

ومنه $\left(\frac{du_R}{dt}\right)_0=\frac{R.E}{L}$ ومع $R=\frac{U_0}{I}$ ، يكتب المقدار : $\left(\frac{du_R}{dt}\right)_0=\frac{U_0.E}{I.L}$

- استنتاج معامل تحريض الوشيعة:

- يمثل المقدار $\left(\frac{du_R}{dt}\right)_0$ المعامل الموجه للمستقيم T ، وقيمته هي: $\left(\frac{du_R}{dt}\right)_0=\frac{4}{2,5.10^{-3}}=1,6.10^3 V/s$

- من العلاقة السابقة لهذا المقدار ، نستنتج تعبير معامل التحريض: $$L=\frac{U_0.E}{I.\left(\frac{du_R}{dt}\right)_0}$$

- تطبيق عددي: $L=\frac{7,6\times10}{0,1\times1,6.10^3}=0,48\ H$

2. تحديد معامل التحريض L' والمقاومة r' للوشيعة (b'):

1.2 - أ - تعليل شكل المنحنى من الناحية الطاقية:

نلاحظ تناقص وسع التذبذبات الكهربائية مع الزمن، وعنه يترتب تناقص الطاقة الكلية للدارة الكهربائية بمفعول جول الذي تسببه المقاومة الكلية للدارة.

ب- التحقق من قيمة معامل تحريض الوشيعة (b'):

- مبيانيا قيمة شبه الدور هي: $T = 2\times 7{,}91 = 15{,}82\ ms$

- حسب المعطيات: $T_0 = 2\pi\sqrt{L'C'} = T$ ومنه $L' = \dfrac{T^2}{4.\pi^2.C'} = \dfrac{(15{,}82.10^{-3})^2}{4\times\pi^2\times 20.10^{-6}} = \underline{0{,}317\ H}$

2.2- نبيّن أن مقاومة الوشيعة (b') منعدمة:

- حسب المعطيات: $u_c(t) = Ee^{-\frac{R'+r'}{2.L'}.t}\cos\left(\dfrac{2\pi}{T}.t\right)$

- عند اللحظة $t = T$، من المبيان نقرأ: $u_c(T) = 4{,}5\ V$ و $u_c(T) = Ee^{-\frac{R'+r'}{2.L'}.T}\cos\left(\dfrac{2\pi}{T}.T\right)$

- من النتيجتين نكتب: $Ee^{-\frac{R'+r'}{2.L'}.T} = 4{,}5$ أي $\dfrac{R'+r'}{2.L'}.T = \ell n(\dfrac{E}{4{,}5})$ أو

$$r' = \ell n(\frac{E}{4{,}5}).\frac{2.L'}{T} - R'$$

$$r' = \ell n(\frac{10}{4{,}5}).\frac{2\times 0{,}317}{15{,}82.10^{-3}} - 32 \approx \underline{0}$$

3- إرسال واستقبال إشارة مضمَّنة:

1.3- تضمين الوسع قد أنجز بشكل جيد:

- حسب المعطيات تعبير التوتر مضمَّن الوسع هو: $u_S(t) = A[1+0{,}6\cos(10^4\pi.t)]\cos(2.10^5\pi.t)$

- بصفة عامة نتوصل إلى تعبير التوتر مضمَّن الوسع: $u_S(t) = A[1+m.\cos(2\pi.F_s.t)]\cos(2\pi.F_p.t)$

- من هذين التعبيرين نستنتج نسبة التضمين m والتردد F_p للموجة الحاملة والتردد F_s للإشارة الجيبية $s(t)$، فنجد:

$$F_p = 10^5\ Hz \text{ و } F_s = \frac{10^4}{2} = 5.10^3\ Hz \text{ و } m = 0{,}6$$

- إن تضمين الوسع قد أنجز بشكل جيد لأن: $m < 1$ و $F_p >> F_s$

2.3- أ – استعمال الوشيعة (b') في التركيب يمكِّن الجزء 1 من انتقاء الإشارة $u_s(t)$:

- لانتقاء هذه الإشارة تتحقق العلاقة $F_p = \dfrac{1}{2.\pi.\sqrt{L'.C_0}}$ ومنه :

$$C_0 = \frac{1}{4.\pi^2.F_p{}^2.L'} = \frac{1}{4\times\pi^2\times(10^5)^2.0{,}317} \approx 8.10^{-12}\ F$$

- يمكن للجزء 1 من انتقاء الإشارة $u_s(t)$ لأن $6.10^{-12}\ F < C_0 = 8.10^{-12}\ F < 12.10^{-12}\ F$

ب- تحديد سعة المكثف الملائم للحصول على كشف غلاف جيد:

- ينبغي أن تتحقق العلاقة التالية: $T_p << \tau = r_1C_1 < T_s$

- من العلاقة السابقة نستنتج تأطير قيمة سعة المكثف الملائم: $\frac{T_p}{R_1} << C_1 < \frac{T_s}{R_1}$ أو $\frac{1}{F_p.R_1} << C_1 < \frac{1}{F_s.R_1}$

- تطبيق عددي: $\frac{1}{10^5 \times 30.10^3} << C_1 < \frac{1}{5.10^3 \times 30.10^3}$ أو $3,33.10^{-10}\,F << C_1 < 6,67.10^{-9}\,F$

وبالتالي تتحدد القيمة في المجال: $0,33.nF << C_1 < 6,67\,nF$

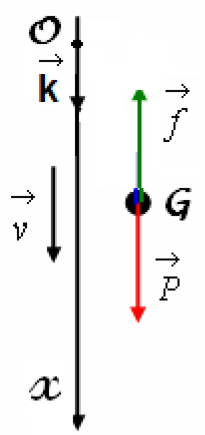
- السعة المناسبة هي: $\underline{C_1 = 5nF}$

تمرين3:

الجزء الأول: <u>حركة سقوط مظلي</u>

1- إيجاد المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v:

- المجموعة المدروسة : { المظلي ولوازمه}



- تخضع المجموعة إلى وزنها $\vec{P}$ - تأثير قوة الاحتكاك $\vec{f}$ (دافعة أرخميدس $\vec{F}$ مهملة)

- نطبق القانون الثاني لنيوتن في معلم أرضي، فنكتب: $\vec{P} + \vec{f} = m.\vec{a}_G$

- نسقط هذه العلاقة المتجهية على المحور الرأسي $(O,\vec{k})$ الموجه نحو الأسفل:

$$P - f = m.a_G \quad \Rightarrow \quad m.g - k.v^2 = m.\frac{dv}{dt}$$

إذا $\frac{dv}{dt} = g - \frac{k}{m}v^2$ أو $\frac{dv}{dt} = g(1 - \frac{k}{m.g}v^2) = g(1 - \frac{1}{\frac{m.g}{k}}v^2)$

نضع الثابتة $\alpha^2 = \frac{m.g}{k}$ أي $\alpha = \sqrt{\frac{m.g}{k}}$ ، فتكتب المعادلة على الشكل: $\frac{dv}{dt} = g(1 - \frac{v^2}{\alpha^2})$

2- يمثل المقدار α السرعة الحدية للمجموعة (S).

التعليل: في النظام الدائم تبقى السرعة ثابتة، أو $\frac{dv}{dt} = 0$ أي $1 - \frac{{v_{\ell im}}^2}{\alpha^2} = 0$ ومنه $\alpha = v_{\ell im}$

3- * تحديد قيمة α : مبيانيا نجد $\underline{\alpha = 5m.s^{-1}}$

* استنتاج قيمة k : من تعبير α ، نستخرج التعبير $k = \frac{m.g}{\alpha^2}$

* تطبيق عددي: $k = \frac{100 \times 9,8}{5^2} = \underline{39,2\ kg.m^{-1}}$

4- تحديد خطوة الحساب Δt:

- حسب المعطيات فإن $v_{n+1} = -7,84.10^{-2}.{v_n}^2 + v_n + 1,96$

- وحسب علاقة التقريب: $v_{n+1} = v_n + a_n.\Delta t$

- من العلاقتين نستنتج أن: $a_n.\Delta t = -7{,}84.10^{-2}.v_n^{\ 2} + 1{,}96$

- باعتبار المعادلة التفاضلية: $a_n = g(1 - \frac{v_n^{\ 2}}{\alpha^2})$

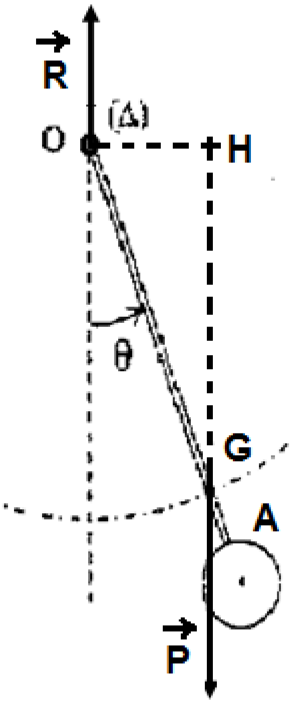
- نستخرج تعبير خطوة الحساب:

$$\Delta t = \frac{-7{,}84.10^{-2}.v_n^{\ 2} + 1{,}96}{a_n} = \frac{-7{,}84.10^{-2}.v_n^{\ 2} + 1{,}96}{g(1 - \frac{v_n^{\ 2}}{\alpha^2})}$$

$$= \frac{-7{,}84.10^{-2}.v_n^{\ 2} + 1{,}96}{\frac{-g}{\alpha^2} v_n^{\ 2} + g} = \frac{-7{,}84.10^{-2}.v_n^{\ 2} + 1{,}96}{-39{,}2.10^{-2}.v_n^{\ 2} + 9{,}8}$$

$$= \frac{-7{,}84.10^{-2}.v_n^{\ 2} + 1{,}96}{5 \times (-7{,}84.10^{-2}.v_n^{\ 2} + 1{,}96)} = \underline{0{,}2\,s}$$

الجزء الثاني: النواس الوازن



1.1- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول الزاوي:

- المجموعة المدروسة : { النواس الوازن}

- تخضع المجموعة إلى $\vec{P}$ وزنها وإلى $\vec{R}$ تأثير محور الدوران.

- نطبق العلاقة الأساسية للديناميك في معلم أرضي، فنكتب: $M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$ (*)

- $M_\Delta(\vec{R}) = 0$ لأن اتجاه القوة $\vec{R}$ يمر من محور الدوران،

و $M_\Delta(\vec{P}) = -(m_1 + m_2).g_0.OH$ ، أي $M_\Delta(\vec{P}) = -(m_1 + m_2).g_0.d.\sin(\theta)$

- تصبح المعادلة (*) كالتالي: $-(m_1 + m_2).g_0.d.\sin(\theta) = J_\Delta.\ddot{\theta}$

أو $J_\Delta.\ddot{\theta} + (m_1 + m_2).g_0.d.\sin(\theta) = 0$

- في حالة الذبذبات الصغيرة $\sin(\theta) \approx \theta(rad)$ ، ومنه تعبير المعادلة التفاضلية:

$$\underline{\ddot{\theta} + \frac{(m_1 + m_2).g_0.d}{J_\Delta}.\theta = 0} \quad (1)$$

2.1- * إيجاد تعبير الدور الخاص:

- حل المعادلة التفاضلية هو $\theta(t) = \theta_0.\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t)$ ، ومنه $\ddot{\theta}(t) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \theta_0.\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t)$

أي $\ddot{\theta} + \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \underbrace{\theta_0.\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t)}_{=\theta} = 0$ فنحصل على المعادلة التالية: $\ddot{\theta} + \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2.\theta = 0$ (2)

- بمطابقة العلاقتين (1) و(2) نستنتج أن:

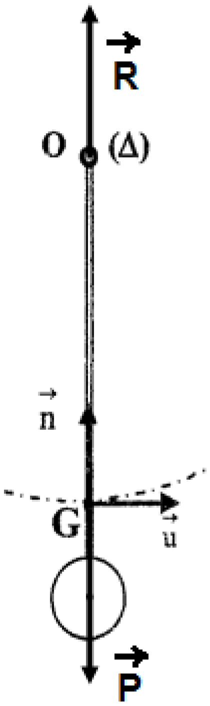
$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2=\frac{(m_1+m_2).g_0.d}{J_\Delta}$$

- أخيرا نتوصل إلى تعبير الدور الخاص:

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{(m_1+m_2).g_0.d}}$$

- تطبيق عددي:

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{9,8.10^{-2}}{(0,2)\times 9,8\times 0,5}}\approx \underline{2s}$$



3.1- إيجاد تعبير الشدة R للقوة $\vec{R}$ المقرونة بتأثير المحور على النواس الوازن:

- المجموعة المدروسة : { النواس الوازن}

- تخضع المجموعة إلى $\vec{P}$ وزنها وإلى $\vec{R}$ تأثير محور الدوران.

- نطبق القانون الثاني لنيوتن في معلم أرضي، فنكتب: $\vec{P}+\vec{R}=m.\vec{a}_G$

- نسقط هذه العلاقة المتجهية على المحور الرأسي $(G,\vec{n})$ لمعلم فريني: $-P+R=m.a_n=m.\frac{v^2}{d}$

ومنه $R=mg_0+m.\frac{v^2}{d}$ أو $R=m.(g_0+\frac{v^2}{d})$

- نحدد تعبير السرعة الخطية عند مرور النواس من موضع توازنه المستقر:

- لدينا : $v(t)=d.\dot{\theta}(t)=-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right).d.\theta_0.\sin(\frac{2\pi}{T_0}.t)$

- عند مرور النواس من موضع توازنه المستقر: $\theta(t)=\theta_0.\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t)=0$

ومنه $\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t)=0$ ، أي $\sin(\frac{2\pi}{T_0}.t)=\pm 1$ ، وبالتالي $v=\pm\left(\frac{2\pi}{T_0}\right).d.\theta_0$

ومنه

$$R=(m_1+m_2).\left[g_0+d.\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2.\theta_0^2\right]$$

- تطبيق عددي:

$$R=(0,2).\left[9,8+0,5.\left(\frac{2\pi}{2}\right)^2.\left(\frac{\pi}{18}\right)^2\right]\approx \underline{2N}$$

1.2- كتابة الطاقة الميكانيكية على الشكل: $Em=a.\dot{\theta}^2+b.\theta^2$

- تكتب الطاقة الميكانيكية: $E_m=E_c+E_{pp}+E_{pt}$

- تعبير الطاقة الحركية $E_c=\frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2$

- تعبير طاقة الوضع الثقالية: $E_{pp}=mg.(z-z_0)=mg.z=mg.d\underbrace{(1-\cos(\theta))}_{\theta^2/2}=\frac{mgd}{2}.\theta^2$

- تعبير طاقة الوضع للي $(Cte=0)$ $E_{pt}=\frac{1}{2}C.\theta^2+Cte$ أي $E_{pt}=\frac{1}{2}C.\theta^2$

- يكتب تعبير الطاقة الميكانيكية:

$$E_m=\frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2+\frac{mgd}{2}.\theta^2+\frac{1}{2}C.\theta^2=\frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}(mgd+C).\theta^2$$

- بالمقارنة مع النتيجة المطلوبة $Em=a.\dot{\theta}^2+b.\theta^2$ ، نستنتج أن: $a=\frac{1}{2}J_\Delta$ و $b=\frac{1}{2}(mgd+C)$

2.2- استنتاج المعادلة التفاضلية:

- تنحفظ الطاقة الميكانيكية للنواس الوازن $\frac{dEm}{dt}=0$

- $\frac{dEm}{dt}=\frac{d}{dt}(a.\dot{\theta}^2+b.\theta^2)=0$ أو $a.\dot{\theta}.\ddot{\theta}+b.\theta.\dot{\theta}=0$ ومنه $\ddot{\theta}+\frac{b}{a}.\theta=0$

3.2- تعبير ثابتة اللي الملائمة لتصحيح الفرق الزمني:

- يجب أن يتحقق: $T_0=2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{(m_1+m_2).g_0.d}}=2\pi\sqrt{\frac{a}{b}}$ مع $\frac{a}{b}=\frac{\frac{1}{2}J_\Delta}{\frac{1}{2}(mgd+C)}=\frac{J_\Delta}{mgd+C}$

- نتوصل إلى العلاقة: $\frac{J_\Delta}{(m_1+m_2).g_0.d}=\frac{J_\Delta}{(m_1+m_2).g.d+C}$ ومنه $(m_1+m_2).g.d+C=(m_1+m_2).g_0.d$

- فيكون تعبير ثابتة اللي هو: $\underline{C=(m_1+m_2).(g_0-g).d}$

- تطبيق عددي: $C=(0,2)\times(9,80-9,78)\times 0,5=\underline{2.10^{-3}\ N.m.rad^{-1}}$