المادة : الفيزياء والكيمياء	**المستوى** : 2 علوم رياضية (أ) و(ب)
تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2011 - الدورة العادية	
أستاذ المادة : **مصطفى قشيش**	**المؤسسة** : ثانوية بلال بن رباح التأهيلية - تمارة

الكيمياء

الجزء الأول: التعرف على محلولين حمضيين – تصنيع إستر

1.1) معادلة تفاعل كل حمض مع الماء:

- تفاعل الحمض الكربوكسيلي $RCOOH_{(aq)}$: $RCOOH_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows RCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

- تفاعل حمض بيركلوريك $HC\ell O_{4(aq)}$: $HC\ell O_{4(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightarrow C\ell O_4^-{}_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

2.1) معادلة تفاعل المعايرة بالنسبة لكل حمض:

- بالنسبة لحمض الكربوكسيلي $RCOOH_{(aq)}$: $RCOOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow RCOO^-_{(aq)} + H_2O_{(\ell)}$

- بالنسبة لحمض بيركلوريك $HC\ell O_{4(aq)}$: $HC\ell O_{4(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow C\ell O_4^-{}_{(aq)} + H_2O_{(\ell)}$

3.1) تحديد pH الخليط عند التكافؤ بالنسبة لكل منحنى:

- الطريقة المستعملة: نخط مستقيما (Δ) يوازي المماسين لكل منحنى، يوجد بينهما وعلى نفس المسافة، فيقطع هذا المستقيم المنحنى عند نقطة التكافؤ E.
- بالنسبة للمنحنى (A): نجد $pH_{EA}=7$ و بالنسبة للمنحنى (B): نجد $pH_{EB}=8{,}5$
- بما أن $pH_{EB}>7$ ، فإن المنحنى (B) هو الموافق لمعايرة المحلول (S_1).

4.1) تحديد تركيز كل من المحلولين:

- عند نقطة التكافؤ نطبق : $C_a.V_a = C_b.V_{bE} \Rightarrow C_a = \dfrac{C_b.V_{bE}}{V_a}$

- ت.ع : $C_{a;A} = \dfrac{0{,}1\times 10}{10} = \underline{0{,}1\ mo\ell.L^{-1}}$ و $C_{a;B} = \dfrac{0{,}1\times 16}{10} = \underline{0{,}16\ mo\ell.L^{-1}}$

5.1) تحديد قيمة الثابتة pK_A للمزدوجة $RCOOH_{(aq)}/RCOO^-_{(aq)}$ ، اعتمادا على جدول تقدم تفاعل $RCOOH_{(aq)}$ مع الماء:

معادلة التفاعل	$RCOOH_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows RCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$				
حالة المجموعة	التقدم x	كميات المادة			
الحالة البدئية	$x=0$	0	0	وفير	$C.V$
حالة التوازن	$x=x_{éq}$	$x_{éq}$	$x_{éq}$	وفير	$C.V-x_{éq}$
عند تحول كلي	$x=x_m$	x_m	x_m	وفير	$C.V-x_m$

- حسب المنحنى (B)، عند $V_b=0\ mL$، فإن pH المحلول (S_1) هو: $pH=2{,}5$
- تعبير ثابتة الحمضية K_A :

- $n_{éq}(H_3O^+) = n_{éq}(C_3H_5O_3^-) \Rightarrow \left[H_3O^+\right]_{éq} = \left[C_3H_5O_3^-\right]_{éq} = \underline{10^{-pH}}$

- $n_{éq}(RCOOH) = C.V - x_{éq} \Rightarrow \left[RCOOH\right]_{éq} = \dfrac{C.V - x_{éq}}{V} \Rightarrow \left[RCOOH\right]_{éq} = C - \dfrac{x_{éq}}{V}$

$$\Rightarrow \left[RCOOH\right]_{éq} = C - \left[H_3O^+\right] \Rightarrow \left[RCOOH\right]_{éq} = \underline{C - 10^{-pH}}$$

$$K_A = \frac{\left[H_3O^+\right]_{éq}\times\left[RCOO^-\right]_{éq}}{\left[RCOOH\right]_{éq}} = \frac{\left[H_3O^+\right]_{éq}^2}{C-\left[H_3O^+\right]_{éq}} \Rightarrow K_A = \underline{\frac{10^{-2pH}}{C-10^{-pH}}}$$

- ت.ع:
$$K_A=\frac{10^{-2\times2,5}}{0,16-10^{-2,5}}=\underline{6,38.10^{-5}}$$

- استنتاج قيمة pK_A للمزدوجة $RCOOH_{(aq)}/RCOO^-{}_{(aq)}$:
$$pK_A=-Log(K_A)=-Log(6,38;10^{-5})=\underline{4,2}$$

2) تصنيع إستر انطلاقا من الحمض الكربوكسيلي $RCOOH$:

1.2) تحديد الصيغة نصف المنشورة للحمض الكربوكسيلي $RCOOH$.

حسب صيغة الإستر المعطاة $C_6H_5-COO-CH_2-CH_3$، نعوض المجموعة $-CH_2-CH_3$ بذرة هيدروجين H، ونحصل على الصيغة نصف المنشورة التالية للحمض الكربوكسيلي: $\underset{\displaystyle O}{C_6H_5-\overset{}{C}-OH}$

2.2) تحديد كمية مادة الإستر المتكوّن عند نهاية التفاعل:

- ننجز الجدول الوصفي لتفاعل الأسترة:

معادلة التفاعل	$C_6H_5COOH+C_2H_5OH \rightleftarrows C_6H_5COOC_2H_5 + H_2O$				
حالة المجموعة	التقدم x	كميات المادة $(mo\ell)$			
الحالة البدئية	$x=0$	0	0	$1,7.10^{-2}$	$8,2.10^{-3}$
حالة التوازن	$x=x_{éq}$	$x_{éq}$	$x_{éq}$	$1,7.10^{-2}-x_{éq}$	$8,2.10^{-3}-x_{éq}$
عند تحول كلي	$x=x_m$	x_m	x_m	$1,7.10^{-2}-x_m$	$8,2.10^{-3}-x_m$

- حسب الجدول كمية مادة الإستر المتكوّن عند نهاية التفاعل (التوازن) هي: $n(ester)=x_{éq}$

- وكمية الحمض الكربوكسيلي المتبقية عند نهاية التفاعل (التوازن) هي: $n(acide)=n_r=8,2.10^{-3}-x_{éq}$

- من العلاقتين نستنتج: $n(ester)=8,2.10^{-3}-n_r$ ، أي: $n(ester)=8,2.10^{-3}-2,4.10^{-3}=\underline{5,8.10^{-3}\,mo\ell}$

2.3) حساب مردود هذا التفاعل:

- حسب تعريف مردود التصنيع: $r=\dfrac{n(ester)_{exp}}{n(ester)_{th}}$

- حسب النتائج و المعطيات: $n(ester)_{exp}=5,8.10^{-2}\,mo\ell$ و $n(ester)_{th}=x_m=1,7.10^{-2}mo\ell$

- ت.ع :
$$r=\frac{5,8.10^{-3}}{8,2.10^{-3}}=0,707=\underline{70,7\%}$$

الجزء الثاني: عمود كهربائي بالتركيز

1) استنتاج قيمة ثابتة التوازن المقرونة بمعادلة التفاعل، انطلاقا من النتائج التجريبية:

- معادلة التفاعل أثناء اشتغال العمود: $Cu^{2+}{}_{(aq)(1)}+Cu_{(S)(2)} \rightleftarrows Cu_{(S)(1)}+Cu^{2+}{}_{(aq)(2)}$

- تعبير ثابتة التوازن : $K=\dfrac{[Cu^{2+}{}_{(2)}]}{[Cu^{2+}{}_{(1)}]}$

- من التجربة (b)، بما أن شدة التيار منعدمة $I_2=0$، فتوجد المجموعة في حالة توازن كيميائي:

$$K = Q_{r;i} = \frac{[Cu^{2+}{}_{(2)}]_i}{[Cu^{2+}{}_{(1)}]_i} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{0,1}{0,1} = \underline{1}$$

2-1) تحديد القطب الموجب للعمود:

- نحدد أولا المنحى التلقائي لتطور المجموعة الكيميائية:

نحسب خارج التفاعل البدئي $Q_{r;i}$:

$$Q_{r;i} = \frac{[Cu^{2+}{}_{(2)}]_i}{[Cu^{2+}{}_{(1)}]_i} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{0,1}{0,01} = \underline{10}$$

نلاحظ أن $Q_{r;i} > K$، وبالتالي تتطور المجموعة في المنحى المعاكس طبقا للمعادلة الكيميائية التالية:

$$Cu^{2+}{}_{(aq)(2)} + Cu_{(S)(1)} \rightleftarrows Cu_{(S)(2)} + Cu^{2+}{}_{(aq)(1)}$$

في الكأس (2)، وحسب المعادلة الكيميائية للتفاعل، يحدث اختزال للأيونات $Cu^{2+}{}_{(aq)(2)}$ عند الكاثود، فتكون الصفيحة (L_2) هي القطب الموجب للعمود المدروس.

2-2) * إثبات تعبير التقدم x بدلالة الزمن: نضع $V = V_1 = V_2$

- ننجز الجدول الوصفي:

كمية مادة الإلكترونات المتبادلة $n(e^-)$	$Cu^{2+}{}_{(aq)(2)}$	$Cu_{(S)(1)}$	$Cu_{(S)(2)}$	$Cu^{2+}{}_{(aq)(1)}$	التقدم x	حالة المجموعة
	كميات المادة (mol)					معادلة التفاعل
0	$C_2.V$	وافر	وافر	$C_1.V$	$x=0$	الحالة البدئية
$n(e^-)=2.x$	$C_2.V-x$	وافر	وافر	$C_1.V+x$	x	حالة بينية
$n(e^-)=2.x_{éq}$	$C_2.V-x_{éq}$	وافر	وافر	$C_1.V+x_{éq}$	$x=x_{éq}$	حالة التوازن

- حسب الجدول : $n(e^-)=2.x$ ، و لدينا العلاقة : $n(e^-).F = I_1.\Delta t$ ، ومنه: $x = \dfrac{I_1.\Delta t}{2.F}$

وبما أن: $\Delta t = t - 0 = t$، يصبح تعبير التقدم x بدلالة الزمن هو: $\underline{x = \dfrac{I_1}{2.F}.t}$

ت.ع :

$$\underset{(mol)}{x} = \frac{140.10^{-3}}{2\times 96500}.t = \underline{7,25.10^{-7}\ .\ \underset{(s)}{t}}$$

* حساب نسبة التقدم عند اللحظة $t = 30\min$:

- لنحدد التقدم الأقصى: $C_2.V - x_m = 0 \Rightarrow x_m = C_2.V = 0,1\times 50.10^{-3} = \underline{5.10^{-3}\ mol}$

- نسبة التقدم عند اللحظة t : $\tau(t) = \dfrac{x_{éq}(t)}{x_m} = \dfrac{7,25.10^{-7}.t}{5.10^{-3}} = 1,45.10^{-4}.t$

وعند اللحظة $t = 30\min$: $\tau(30\min) = 1,45.10^{-4}\times 30\times 60 = 0,26 = \underline{26\%}$

3-2) إيجاد التركيزين عند استهلاك العمود:

- عند استهلاك العمود $Q_r = K = 1$، ومنه $[Cu^{2+}{}_{(1)}] = [Cu^{2+}{}_{(2)}]$ ، وحسب الجدول الوصفي:

$$\frac{C_1.V + x_{éq}}{V} = \frac{C_2.V - x_{éq}}{V} \Leftrightarrow x_{éq} = \frac{(C_2 - C_1)}{2}.V = \frac{0,1 - 0,01}{2}\times 50.10^{-3} = \underline{2,25.10^{-3}\ mol}$$

ومنه $\left[Cu^{2+}{}_{(1)}\right]=\left[Cu^{2+}{}_{(2)}\right]=\dfrac{0{,}01\times 50.10^{-3}+2{,}25.10^{-3}}{50.10^{-3}}=\underline{5{,}5.10^{-2}\ mo\ell.L^{-1}}$

الفيزياء

تمرين 1: التأريخ بالكربون 14

1) نواة الكربون 14 $^{14}_{6}C$ إشعاعية النشاط β^- ينتج عن تفتتها النواة $^{A}_{Z}Y$:

1.1- معادلة التحول النووي: $^{14}_{6}C \rightarrow {}^{A}_{Z}Y + {}^{0}_{-1}e^-$

حسب قانوني صودي :

$$\begin{cases}14=A+0\\6=Z+(-1)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A=14\\Z=7\end{cases}\Rightarrow\ {}^{14}_{6}C\rightarrow {}^{14}_{7}Y+{}^{0}_{-1}e^-$$

فتكون النواة المتولدة، حسب الجزء من مخطط سيغري (Z,N)، هي نواة النيتروجين $^{14}_{7}N$.

1.2- معادلة تحول نواة الكربون 11 إلى نواة البور $^{A'}_{Z'}B$: $^{11}_{6}C \rightarrow {}^{A'}_{Z'}B + {}^{y}_{x}P$

- حسب الجزء من مخطط سيغري (Z,N)، فإن نواة البور $^{A'}_{Z'}B$ لها العدد الذري : $Z'=5$

- حسب قانوني صودي:

$$\begin{cases}11=A'+y\\6\ =5+x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A'=11\ (y=0)\\x=1\end{cases}\Rightarrow\ {}^{11}_{6}C\rightarrow {}^{11}_{5}B+{}^{0}_{1}e$$

2- الاعتماد على مخطط الطاقة:

1.2- أيجاد طاقة الربط بالنسبة لنوية لنواة الكربون14:

- حسب تعريف طاقة الربط ، نجد : $E\ell({}^{14}_{6}C)=13146{,}2-13047{,}1=99{,}1\,Mev$

- فتكون قيمة طاقة الربط بالنسبة لنوية لنواة الكربون14: $\mathrm{E}=\dfrac{E\ell}{A}=\dfrac{99{,}1}{14}=\underline{7{,}08\ Mev/nucléon}$

2.2- القيمة المطلقة للطاقة الناتجة عن تفتت نواة الكربون14:

- حسب مخطط الطاقة:

$$\begin{aligned}\Delta E&=E\ell({}^{14}_{6}C)-E\ell({}^{14}_{7}N)\\&=\ 99{,}1\ \ -(13146{,}2-13044{,}3)\\&=-2{,}8\ Mev\end{aligned}$$

- تكون الطاقة المحررة هي: $E_{\ell iberée}=|\Delta E|=2{,}8\ Mev$

3- تحديد عمر خشب قديم:

1.3- حساب عدد نوى الكربون $N(C)_0$، وعدد نوى الكربون 14 $N({}^{14}C)_0$ في القطعة التي أخذت من الشجرة الحية:

- كتلة الكربون الموجودة في الكتلة $m=0{,}295\ g$ من قطعة الشجرة الحية هي:

$$m(C)_0=(51{,}2\%)\times m=0{,}512\times 0{,}295=0{,}15104\ g$$

- ونعلم أن : $m(C)_0=n(C)\times M(C)=\dfrac{N(C)_0}{N_A}\times M(C)$

ومنه عدد نوى الكربون $N(C)_0$ هو:

$$N(C)_0 = \frac{m(C)_0}{M(C)} \times N_A = \frac{0,15104}{12} \times 6,02.10^{23} = \underline{7,58.10^{21}\ noyaux}$$

- لحساب عدد نوى الكربون 14 $N(^{14}C)_0$ في القطعة الحية، نستعمل العلاقة: $\frac{N(^{14}C)_0}{N(C)_0} = 1,2.10^{-12}$ ، ومنه:

$$N(^{14}C)_0 = N(C)_0 \times 1,2.10^{-12} = 7,58.10^{21} \times 1,2.10^{-12} \approx \underline{9,1.10^{9}\ noyaux}$$

2.3- تحديد عمر قطعة الخشب القديم:

- لتكن a_0 نشاط عينة الكربون14 في القطعة الحديثة و a نشاط عينة الكربون14 في القطعة القديمة التي عمرها t:

- حسب المعطيات: $a(t) = a = \frac{1,4}{60} = 2,33.10^{-3}\ Bq$

- لنحسب قيمة النشاط a_0:

$$a_0 = \lambda . N(^{14}C)_0 = \frac{\ell n(2)}{t_{1/2}} . N(^{14}C)_0 = \frac{\ell n(2)}{5730 \times 3,15.10^{7}} \times 9,1.10^{9} = 3,49.10^{-2}\ Bq$$

- نطبق قانون التناقص الإشعاعي:

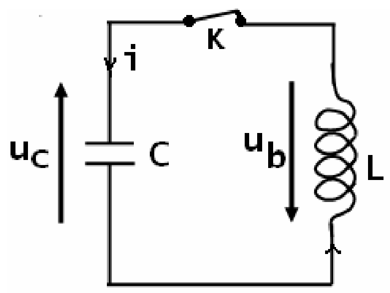
$$a = a_0 . e^{-\lambda . t} \Rightarrow e^{+\lambda . t} = \frac{a_0}{a} \Rightarrow t = \frac{\ell n(\frac{a_0}{a})}{\lambda}$$

$$\Rightarrow t = t_{1/2} . \frac{\ell n(\frac{a_0}{a})}{\ell n(2)} = 5730 \times \frac{\ell n(\frac{3,49.10^{-2}}{2,33.10^{-2}})}{\ell n(2)} = \underline{3340\ ans}$$

تمرين 2: التبادل الطاقي بين وشيعة و مكثف

1) التذبذبات الكهربائية في الحالة التي تكون فيها مقاومة الوشيعة منعدمة:

1.1- المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار i :



- قانون إضافية التوترات: $u_b + u_C = 0$ أو $\frac{du_b}{dt} + \frac{du_C}{dt} = 0\ (*)$

- في اصطلاح المستقبل :

بالنسبة للوشيعة: $(r=0)$ $u_b = L.\frac{di}{dt}$ أو $\frac{du_b}{dt} = L.\frac{d^2 i}{dt^2}$

وبالنسبة للمكثف: $u_C = \frac{q}{C}$ أو $\frac{du_C}{dt} = \frac{1}{C}.\frac{dq}{dt} = \frac{1}{C}.i$

تكتب المعادلة (*) : $L.\dfrac{d^2i}{dt^2}+\dfrac{1}{C}.i=0$ أو $\underline{\dfrac{d^2i}{dt^2}+\dfrac{1}{LC}.i=0}$

1.1- نعتمد على الشكلين (2) و (3):

أ – * تحديد E قيمة الطاقة الكلية للدارة:

- الطاقة الكلية هي مجموع الطاقة الكهربائية Ee والطاقة المغنطيسية Em ، أي: $E = Ee + Em$

- بما أن قيمة الطاقة الكلية لا تتغير، وعندما تنعدم الطاقة الكهربائية $Ee=0$ ، تكون الطاقة المغنطيسية Em قصوية،

وحسب الشكل(3): $E=Em(0{,}005\,s)=\underline{5{,}8.10^{-7}\ J}$.

* استنتاج قيمة التوتر U_0:

عند اللحظة $t=0$: $E = Ee(0)+Em(0) \Rightarrow E=\dfrac{1}{2}C.U_0^2+0$

ومنه: $U_0=\sqrt{\dfrac{2.E}{C}}=\sqrt{\dfrac{2\times 5{,}8.10^{-7}}{8.10^{-9}}}\approx \underline{12\ V}$

ب – تحديد قيمة L :

من الشكل(2)، نعين الدور الخاص للدارة (LC) المتوالية الحرة غير المخمدة: $T_0=0{,}02\,ms$

نستعمل علاقة الدور الخاص: $T_0=2.\pi.\sqrt{LC}$

$$T_0^2=4.\pi^2.LC \Rightarrow L=\frac{T_0^2}{4.\pi^2.C} \qquad (\pi^2\approx 10)$$

$$=\frac{(0{,}02.10^{-3})^2}{4\times 10\times 8.10^{-9}}=\underline{1{,}25.10^{-3}\ H}$$

2) استجابة وشيعة ذات مقاومة مهملة لرتبة توتر:

1.2- المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$ المار في الوشيعة، في المجال الزمني : $[0;T/2]$

- قانون إضافية التوترات: $u_L+u_R=E\ (*)$

- في اصطلاح المستقبل : قانون أوم للموصل الأومي : $u_R=R.i$

- في اصطلاح المستقبل: التوتر بين طرفي الوشيعة: $u_L=L.\dfrac{di}{dt}$

- تكتب المعادلة (*) : $L.\dfrac{di}{dt}+R.i=E$ أو: $\underline{\dfrac{di}{dt}+\dfrac{R}{L}.i=\dfrac{E}{L}}$

2.2- يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل: $i(t)=I_P\left[1-e^{-t/\tau}\right]$:

أ- الدالة $i=f(t)$ أسية تزايدية ، وكذلك الدالة $u_R=g(t)$ لأن $u_R(t)=R.i(t)$، ومنه:

المنحنى (2) يوافق التوتر u_R ، والمنحنى (1) يوافق التوتر u_L.

ب - من المنحنيين (1) و(2)، نجد: $I_P=\dfrac{u_{R\max}}{R}=\dfrac{E}{R}=\dfrac{4}{100}=\underline{0{,}04\ A}$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2011 - الدورة العادية

أستاذ المادة : مصطفى قشيش المؤسسة : ثانوية بلال بن رباح التأهيلية - تمارة

2.3- إثبات التعبير: $i(t_1)=I_P.e^{-2}$ مع $t_1=3T/4$

- حسب الشكل 4 ، نلاحظ أن الدور: $T=8.\tau$ ، ومنه $t_1=6.\tau$

- حسب التعبير $i(t)=A.e^{-t/\tau}$ ، فإن: $i(t_1=6.\tau)=A.e^{-6}$

- نلاحظ أن الدالة $i=f(t)$ متصلة عند اللحظة $t=T/2=4.\tau$

وبالتالي: $i(4.\tau)=I_P\left[1-e^{-4}\right]$ و $i(4.\tau)=A.e^{-4}$ ، ومنه : $A.e^{-4}=I_P\left[1-e^{-4}\right]$ أي $A=I_P\left[e^{+4}-1\right]$

وبما أن $e^{+4}\approx 54{,}6>>1$ فإن: $A\approx I_P.e^{+4}$

إذا: $i(t_1=6.\tau)=A.e^{-6}\approx I_P.e^{+4}.e^{-6}=\underline{I_P.e^{-2}}$

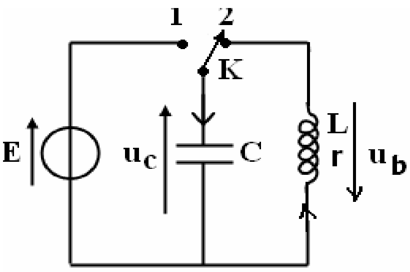
3) التذبذبات في حالة وشيعة ذات مقاومة غير مهملة:

1.3- تكون الطاقة المخزونة في الوشيعة:

أ) قصوى عند اللحظة $t_1=5.10^{-3}\,ms$ ، لأن عند هذه اللحظة تنعدم الشحنة $q(t_1)=0$ (الشكل5)

د) دنيا عند اللحظة $t_2=10^{-2}\,ms$ ، لأن عند هذه اللحظة تأخذ الشحنة قيمة قصوى $q(t_2)$ (الشكل5)

2.3- إثبات المعادلة التفاضلية: $\dfrac{d^2q}{dt^2}+2\lambda.\dfrac{dq}{dt}+\dfrac{4\pi^2}{T_0^2}.q=0$



- حسب قانون إضافية التوترات: $u_b+u_c=0\ (*)$

- في اصطلاح المستقبل: $u_c=\dfrac{q}{C}$ و $u_b=r.i+L.\dfrac{di}{dt}=r.\dfrac{dq}{dt}+L\dfrac{d^2q}{dt^2}$

- تكتب المعادلة (*): $L.\dfrac{d^2q}{dt^2}+r.\dfrac{dq}{dt}+\dfrac{1}{C}.q=0$

أو $\dfrac{d^2q}{dt^2}+\dfrac{r}{L}.\dfrac{dq}{dt}+\dfrac{1}{LC}.q=0$ ، نضع $\lambda=\dfrac{r}{2L}$ ونعلم أن $\dfrac{1}{LC}=\left(\dfrac{2\pi}{T_0}\right)^2=\dfrac{4\pi^2}{T_0^2}$

فنحصل على المعادلة التفاضلية: $\dfrac{d^2q}{dt^2}+2\lambda.\dfrac{dq}{dt}+\dfrac{4\pi^2}{T_0^2}.q=0$

3.3- إيجاد الشرط الذي يجب أن تحققه r بالنسبة لـ $\dfrac{L}{C}$ لتكون $T\approx T_0$:

- $T\approx T_0\Rightarrow\dfrac{1}{T^2}\approx\dfrac{1}{T_0^2}\Rightarrow\dfrac{1}{T_0^2}-\dfrac{\lambda^2}{4\pi^2}\approx\dfrac{1}{T_0^2}$

- تتحقق هذه المتساوية لما يتحقق: $\dfrac{1}{T_0^2}>>\dfrac{\lambda^2}{4\pi^2}$ أي : $\dfrac{1}{4\pi^2LC}>>\dfrac{(r/2L)^2}{4\pi^2}=\dfrac{r^2}{16.\pi^2.L^2}$

أو: $\dfrac{4.L}{C}>>r^2$ ، و بالتالي يكون الشرط المطلوب هو: $\underline{r<<2.\sqrt{\dfrac{L}{C}}}$

المستوى : 2 علوم رياضية (أ) و(ب)	المادة : الفيزياء والكيمياء
تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2011 - الدورة العادية	
المؤسسة : ثانوية بلال بن رباح التأهيلية - تمارة	أستاذ المادة : مصطفى قشيش

تمرين 3:

الجزء الأول: دراسة حركة متزلج

1- يغادر المتزلج النقطة O عند اللحظة $t=0$ بسرعة بدئية متجهتها $\vec{v}_0$ تكوّن الزاوية α مع المستقيم الأفقي.

1.1- إيجاد المعادلة التفاضلية التي تحققها كل من v_x و v_y إحداثيي $\vec{v}$ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

- المجموعة المدروسة : { المتزلج}

- يخضع المتزلج إلى وزنه فقط $\vec{P}$.

- في مرجع أرضي، نطبق القانون الثاني لنيوتن: $\vec{P}=m\vec{a}_G \Rightarrow m\vec{g}=m\vec{a}_G \Rightarrow \vec{a}_G=\vec{g}$

* الإسقاط على المحور Ox : $a_x=0 \Rightarrow \dfrac{dv_x}{dt}=0 \quad (1)$

* الإسقاط على المحور الرأسي Oy: $a_y=-g \Rightarrow \dfrac{dv_y}{dt}=-g \quad (2)$

2.1- كتابة معادلة المسار في المعلم الديكارتي:

- باعتبار الشرط البدئي للسرعة $(v_x)_0=v_0.\cos(\alpha)$ و $(v_y)_0=v_0.\sin(\alpha)$، وبإنجاز تكامل للعلاقتين(1) و(2)، نتوصل إلى المعادلتين: $v_x=v_0.\cos(\alpha) \quad (1')$ و $v_y=-g.t+v_0.\sin(\alpha) \quad (2')$

- باعتبار الشرط البدئي للموضع $(x)_0=0$ و $(y)_0=0$، وبإنجاز تكامل للعلاقتين (1') و(2')، نتوصل إلى المعادلتين الزمنيتين: $x(t)=v_0.\cos(\alpha).t \quad (1'')$ و $y(t)=-\dfrac{1}{2}g.t^2+v_0.\sin(\alpha).t \quad (2'')$

- من العلاقة (1'')، نجد $t=\dfrac{x}{v_0.\cos(\alpha)}$ ، ونعوض هذا التعبير في المعادلة (2'')، فنحصل على معادلة المسار:

$$y(x)=-\frac{1}{2}g.\frac{x^2}{v_0^2\cos^2(\alpha)}+x.\tan(\alpha)$$

2- تحديد القيمة الدنيا h_m لكي لا يسقط المتزلج في البركة:

- لتكن P موضع سقوط المتزلج ولكي لا يسقط المتزلج في البركة، ينبغي أن يتحقق الشرط: $x_P \geq AB=d \quad (1)$

- النقطة P تنتمي إلى المسار وتحقق إحداثيتها $(x_P, y_P=-H)$ العلاقة: $(2): -H=-\dfrac{1}{2}g.\dfrac{x_P^2}{v_0^2\cos^2(\alpha)}+x_P.\tan(\alpha)$

- لدينا حسب المعطيات: $v_0^2=2gh$

- تكتب العلاقة (2): $\dfrac{x_P^2}{4h\cos^2(\alpha)}-x_P.\tan(\alpha)+H=0$

- عند $x_P=AB=d$ فإن $h=h_m$ ، فتصبح العلاقة الأخيرة: $\dfrac{d^2}{4h_m\cos^2(\alpha)}-d.\tan(\alpha)+H=0$

ونتوصل إلى النتيجة التالية:

$$h_m = \frac{d^2}{4\cos^2(\alpha)\times(d.\tan(\alpha)-H)} = \frac{10^2}{4\cos^2(30°)\times(10.\tan(30°)-0,5)} \approx \underline{6,3\,m}$$

الجزء الثاني: السقوط الرأسي لكرية فلزية

1- دراسة حركة الكرية في الهواء

1.1- تعبير R بدلالة V و g و ρ_1 و v_1 و t_1، بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:.

- المجموعة المدروسة : { الكرية}

- جرد القوى الخارجية المطبقة على المجموعة أثناء حركتها: وزنها $\vec{P}$ و القوة الرأسية $\vec{R}$ (تأثير الهواء).

- نطبق القانون الثاني لنيوتن في المعلم المرتبط بالأرض $(O,\vec{i})$ الذي نعتبره غاليليا: $\vec{P}+\vec{R}=m.\vec{a}_G$

- نسقط هذه العلاقة المتجهية على المحور الرأسي $(O,\vec{i})$ الموجه نحو الأسفل: $P-R=m.a_G=\rho_1.V.a_G$

- في المجال الزمني $[0,t_1]$، فإن سرعة الكرية دالة خطية معادلتها: $v(t)=a_G.t$ ، ومنه $a_G=\dfrac{v_1}{t_1}$

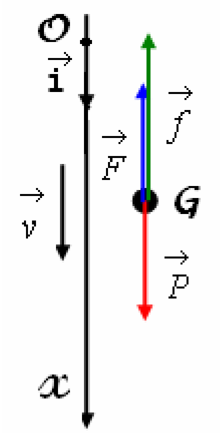
- نستنتج أن تعبير R هو: $R=\underline{\rho_1.V.(g-\dfrac{v_1}{t_1})}$

2.1- حساب قيمة R باستثمار المنحنى:

- من المنحنى نجد: $t_1=0,35\ s$ و $v_1=3\ m.s^{-1}$

- ت.ع:

$$R=2,7.10^3\times4,2.10^{-6}\times(9,8-\frac{3}{0,35})$$
$$\approx\underline{1,4.10^{-2}\ N}$$



2- دراسة حركة الكرية داخل السائل اللزج:

2.1- إيجاد المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v:

- المجموعة المدروسة : { الكرية}

- تخضع الكرية إلى وزنها $\vec{P}$ - تأثير دافعة أرخميدس $\vec{F}$ - تأثير قوة الاحتكاك $\vec{f}$

- نطبق القانون الثاني لنيوتن في معلم أرضي، فنكتب: $\vec{P}+\vec{F}+\vec{f}=m.\vec{a}_G$

- نسقط هذه العلاقة المتجهية على المحور الرأسي $(O,\vec{i})$ الموجه نحو الأسفل:

$$P-F-f=m.a_G \Rightarrow \rho_1.V.g-\rho_2.V.g-K.v=\rho_1.V.\frac{dv}{dt}$$

إذا:

$$\frac{dv}{dt}=(1-\frac{\rho_2}{\rho_1}).g-\frac{K}{\rho_1.V}v\ \ (*)$$

2.2- باستعمال هذه المعادلة، نحسب المقدار $(1-\dfrac{\rho_2}{\rho_1}).g$: $(1-\dfrac{\rho_2}{\rho_1}).g=(1-\dfrac{1,26.10^3}{2,7.10^3})\times9,8=\underline{5,2\,m.s^{-2}}$

- باستعمال المعادلة: $\frac{dv}{dt}=5{,}2-26.v$ (*') ، وفي النظام الدائم، $\frac{dv}{dt}=0$ و $v=v_\ell$ ، ومنه: $v_\ell=\frac{5{,}2}{26}=0{,}2\,m.s^{-1}$

- باستعمال المنحنى: في النظام الدائم، نجد: $v_\ell=0{,}2\,m.s^{-1}$.

3.2- * تحديد بُعد K :

لدينا تعبير شدة قوة الاحتكاك المائع: $f=K.v$:

$$[K]=\frac{[f]}{[v]}=\frac{M.L.T^{-2}}{L.T^{-1}}=\underline{M.T^{-1}}$$

* حساب قيمة K : بمطابقة المعادلتين (*) و (*') ، نستنتج أن:

$$\frac{K}{\rho_1.V}=26$$

وبالتالي:

$$K=26.\rho_1.V=26\times 2{,}7.10^{3}\times 4{,}2.10^{-6}$$
$$\approx \underline{0{,}3\,kg.s^{-1}}$$

4.2- إثبات التعبير:

$$v_{i+1}=(1-26.\Delta t).v_i+5{,}2.\Delta t$$

- تعطي علاقة التأطير: $a_i=\frac{v_{i+1}-v_i}{\Delta t}$ أو $v_{i+1}=v_i+a_i.\Delta t$

- حسب المعادلة التفاضلية (1): $a_i=5{,}2-26.v_i$

- نعوض في العلاقة الأولى: $v_{i+1}=v_i+(5{,}2-26.v_i).\Delta t$ أي $v_{i+1}=v_i+5{,}2.\Delta t-26.v_i.\Delta t$ ، ثم نتوصل إلى:

$$v_{i+1}=(1-26.\Delta t).v_i+5{,}2.\Delta t$$

- حساب v_{i+1} :

$$v_{i+1}=(1-26\times 5.10^{-3})\times 2{,}38+5{,}2\times 5.10^{-3}$$
$$=\underline{2{,}09\,m.s^{-1}}$$