

الكيمياء

الجزء الأول: دراسة حلمأة إستر

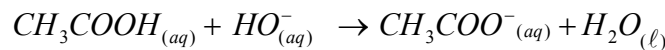
(I) المجموعة المميزة:

1. مجموعة إستر : $COOR$ -2. صيغة الحمض هي: $CH_3 - \underset{OH}{C} = O$ و صيغة الكحول هي: $CH_3 - \underset{CH_3}{CH} - CH_2 - CH_2 - OH$

(II) دراسة حلمأة المركب (A).

1. تفاعل المعايرة

(1.1) معادلة تفاعل المعايرة:

(2.1) تعبير ثابتة التوازن بدلالة ثابتة الحمضية K_A و K_e :

$$K = \frac{K_A(CH_3COOH / CH_3COO^-)}{K_A(H_2O / HO^-)} \Rightarrow K = \frac{K_A}{K_e}$$

$$K = \frac{1,8 \cdot 10^{-5}}{10^{-14}} = 1,8 \cdot 10^9$$

(3.1) * كمية الحمض الموجودة في الكأس عند اللحظة t هي: $n = C_B \cdot V_{B,E}$ * كمية الحمض الموجودة في الحوجة عند اللحظة t هي: $n_T = 10 \cdot C_B \cdot V_{B,E}$

(2) تفاعل الحلمأة:

(1.2) مميزات التفاعل: بطيء و غير كلي (محدود).

(2.2) كميتي المادة قبل بداية التفاعل:

$$\begin{aligned} n(H_2O)_i &= \frac{m_i}{2M(H_2O)} \\ &= \frac{\rho_e V_i(H_2O)}{2M(H_2O)} \\ &= \frac{1 \times 70}{2 \times 18} = 1,94 \text{ mol} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n(A)_i &= \frac{m_i}{2M(A)} \\ &= \frac{\rho V_i(A)}{2M(A)} \\ &= \frac{0,87 \times 30}{2 \times 130} = 0,1 \text{ mol} \end{aligned}$$

(2.3) استنتاج نسبة التقدم النهائي عند التوازن:

$A + H_2O \rightarrow CH_3COOH + alcool$				معادلة التفاعل	
كميات المادة (mol)				حالة المجموعة	
0,10	1,94	0	0	$x=0$	الحالة البدئية
$0,10 - x_{\acute{e}q}$	$1,94 - x_{\acute{e}q}$	$x_{\acute{e}q}$	$x_{\acute{e}q}$	$x = x_{\acute{e}q}$	حالة التوازن

* مبيانيا عند التوازن: $x_{\acute{e}q} = 0,084 \text{ mol}$ * التقدم الأقصى: $x_{\max} = n(A)_i = 0,1 \text{ mol}$

$$\tau = \frac{x_{\acute{e}q}}{x_m} = \frac{0,084}{0,1} = 0,84 = 84 \%$$

(4.2) السرعة الحجمية للتفاعل:

$$\begin{aligned} v(0) &= \frac{1}{V} \left(\frac{dx}{dt} \right)_{t=0} \Rightarrow v(0) = \frac{1}{V} \left(\frac{\Delta n_T}{\Delta t} \right)_{t=0} \\ &= \frac{1}{0,05} \frac{0,08 - 0}{20 - 0} = 0,08 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot \text{min}^{-1} \end{aligned}$$

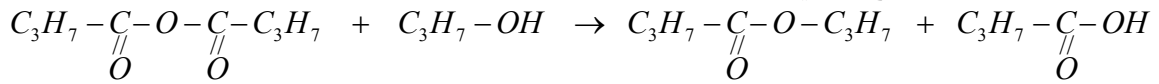
تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2010 - الدورة العادية

أستاذ المادة : مصطفى قشيش المؤسسة : ثانوية بلال بن رباح التأهيلية - تمارة

(5.2) * تتناقص السرعة الحجمية خلال الزمن (تتناقص المعاملات الموجهة: $\frac{\Delta n_T}{\Delta t}$) إلى أن تؤول إلى الصفر.
العامل الحركي هو تركيز المتفاعلات.

الجزء الثاني: تصنيع إستر

(1) يستعمل جهاز التسخين بالارتداد لتسريع التفاعل، ولتكثيف الأنواع الكيميائية والحيلولة دون ضياعها.
(2) معادلة التفاعل خلال التصنيع الثاني:



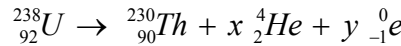
(3) * التفاعل (2) كلي: $n_i = x_{\dot{e}q_2} = 0,15 \text{ mol}$ مع $r_2 = \frac{x_{\dot{e}q_2}}{n_i} = 1 \Rightarrow n_i = x_{\dot{e}q_2}$ حسب المنحنى (2).

* التفاعل (1) محدود: $0,86 = \frac{x_{\dot{e}q_1}}{x_{\dot{e}q_2}} = \frac{0,13}{0,15} \Rightarrow r_1 = \frac{x_{\dot{e}q_1}}{n_i} = 0,13$ لأن حسب المنحنى (1): $x_{\dot{e}q_1} = 0,13 \text{ mol}$

الفيزياء

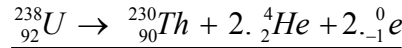
فيزياء 1: تأريخ الترسيبات البحرية

(1) يعطي الأورانيوم $^{238}_{92}U$ المذاب في ماء البحر ذرات الثوريوم $^{230}_{90}Th$ مع انبعاث دقائق:
1.1- معادلة التحول النووي:



$$\begin{cases} 238 = 230 + 4.x + 0 \times y \\ 92 = 90 + 2.x + (-1).y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

حسب قانوني صودي:

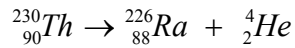


1.2- نبين أن النسبة $\frac{N(^{230}_{90}Th)}{N(^{238}_{92}U)}$ تكون ثابتة عندما يتحقق $a_{^{238}_{92}U}(t) = a_{^{230}_{90}Th}(t)$

نعلم عند اللحظة t أن: $a_{^{230}_{90}Th}(t) = \lambda \cdot N_{^{230}_{90}Th}(t)$ و $a_{^{238}_{92}U}(t) = \lambda' \cdot N_{^{238}_{92}U}(t)$ ، ومنه:

$$1 = \frac{a_{^{230}_{90}Th}(t)}{a_{^{238}_{92}U}(t)} = \frac{\lambda \cdot N_{^{230}_{90}Th}(t)}{\lambda' \cdot N_{^{238}_{92}U}(t)} \Rightarrow \frac{N_{^{230}_{90}Th}(t)}{N_{^{238}_{92}U}(t)} = \frac{\lambda'}{\lambda} \Rightarrow \frac{N(^{230}_{90}Th)}{N(^{238}_{92}U)} = \frac{\lambda'}{\lambda} = Cte$$

2- معادلة تفتت نواة الثوريوم $^{230}_{90}Th$ إلى الراديوم $^{226}_{88}Ra$:



÷ نطبق قانوني صودي فنجد:

* طبيعة الإشعاع: انبعاث نوى الهيليوم α

3- التحقق من القيمة $t_{1/2} = 7,5 \cdot 10^4 \text{ ans}$

نعلم أن عند $t = t_{1/2}$ ، يصبح: $N_{^{230}_{90}Th}(t) = \frac{N_0}{2}$ أي $\frac{N_{^{230}_{90}Th}(t)}{N_0} = \frac{1}{2} = 0,5$

ومن خلال المنحنى نجد: $t_{1/2} = 75 \cdot 10^3 \text{ ans} = 7,5 \cdot 10^4 \text{ ans}$

4- إيجاد بالسنة عمر الجزء المأخوذ من القاعدة السفلى للعينة:

نطبق علاقة التناقص الإشعاعي الخاص بالكتلة: $m(t) = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2010 - الدورة العادية

أستاذ المادة : مصطفى قشيش المؤسسة : ثانوية بلال بن رباح التأهيلية - تمارة

$$t = t_{1/2} \cdot \frac{\ln(\frac{m_s}{m_p})}{\ln 2} = 7,5 \cdot 10^4 \times \frac{\ln(\frac{20}{1,2})}{\ln 2} = 3 \cdot 10^5 \text{ ans}$$

أي : $m_p = m_s \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ ، ومنه:

فيزياء 2: دراسة النظام الانتقالي في وشيعة وفي مكثف
(1) دراسة النظام الانتقالي في وشيعة:

1.1- أ - المقدار $\frac{di}{dt}$ يعبر عن المعامل الموجه لمنحى الدالة $i = f(t)$ عند اللحظة t ، الذي يتناقص مع الزمن ، وبالتالي كذلك تتناقص المقدار $L \cdot \frac{di}{dt}$.

ب - * عند اللحظة $t = 0$: $u(0) = (R+r)i(0) + L \cdot \frac{di}{dt}(0)$ مع : $u(0) = E$ و $i(0) = 0$ ، نجد : $\frac{di}{dt}(0) = \frac{E}{L}$

* قيمة L : من العلاقة السابقة : $\frac{di}{dt}(0) = \frac{E}{L} = a$ ، نستنتج : $L = \frac{E}{a} = \frac{6}{100} = 0,06 \text{ H}$

ج - بالنسبة للمجال الزمني $t > 5 \text{ ms}$ (النظام الدائم) ، فإن $\frac{di}{dt} = 0$ ، وبالتالي:

$$u(t > 5 \text{ ms}) = (r + R) \cdot i(t > 5 \text{ ms}) + L \cdot \frac{di}{dt}(t > 5 \text{ ms}) \Rightarrow E = (R+r) \cdot i_{\max}$$

ومنه : $r = \frac{E}{i_{\max}} - R = \frac{6}{0,1} - 50 = 10 \Omega$ (مبيانيا شدة التيار القصوى هي $i_{\max} = 100 \text{ mA} = 0,1 \text{ A}$)

1.2- أ - تعيين المنحى الموافق لكل حالة:

- احتفظنا في الحالة الأولى وفي الحالة الثانية بنفس المقاومتين $r = 10 \Omega$ و $R = 50 \Omega$ ، إذا : $i_{\max} = 100 \text{ mA} = 0,1 \text{ A}$ ويوافق هذا المنحى (ب) والمنحى (ج).

- حسب نتيجة السؤال 1.1- ب - $\frac{di}{dt}(0) = a = \frac{E}{L}$ ، نجد $a_2 = \frac{E}{L_2} = \frac{6}{0,12} = 50 \text{ A.s}^{-1}$ ، نجد $a_1 = \frac{E}{L_1} = \frac{6}{0,06} = 100 \text{ A.s}^{-1} > a_2$

فنستنتج أن المنحى (ب) يوافق الحالة الأولى والمنحى (ج) يوافق الحالة الثانية.

ب - * تعبير المقاومة R_2' :

حسب المعطيات فإن ثابتة الزمن هي نفسها في الحالتين الثانية والثالثة أي : $\tau = \frac{L_2}{R_2' + r} = \frac{L_3}{R_3 + r}$

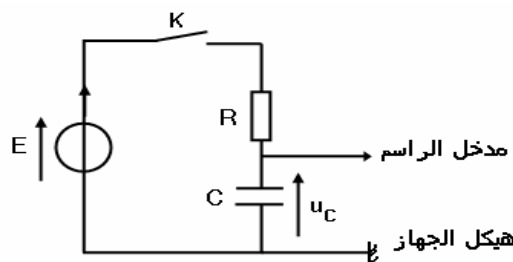
$$R_2' = \frac{L_2}{L_3} (R_3 + r) - r$$

ومنه : $\frac{R_2' + r}{R_3 + r} = \frac{L_2}{L_3}$ ، أي :

$$= \frac{0,12}{0,04} (30 + 10) - 10 = 110 \Omega$$

(2) دراسة النظام الانتقالي في مكثف:

1.2- رسم تبيانة التركيب:



تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2010 - الدورة العادية

أستاذ المادة : مصطفى قشيش المؤسسة : ثانوية بلال بن رباح التأهيلية - تمارة

2.2- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_c :- حسب قانون إضافية التوترات : $u_R + u_c = E$ (*)- حسب قانون أوم $u_R = R.i$ و $i = \frac{dq}{dt}$ و $q = C.u_c$ نكتب : $u_R = R.\frac{dq}{dt} = RC.\frac{du_c}{dt}$ فنحصل على المعادلة التفاضلية : $RC.\frac{du_c}{dt} + u_c = E$ 3.2- أيجاد تعبير كل من A و B و τ بدلالة برامترات الدارة :يكتب حل المعادلة السابقة : $u_c(t) = Ae^{-t/\tau} + B$ وتكون المشتقة هي $\frac{du_c}{dt} = -\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}$ * تحديد B و τ بالتعويض :حسب المعادلة التفاضلية : $RC.\frac{du_c}{dt} + u_c = E \Rightarrow RC.\left(-\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}\right) + Ae^{-t/\tau} + B = E$ أي : $Ae^{-t/\tau}\left[1 - \frac{RC}{\tau}\right] + (B - E) = 0$ ، وهي معادلة تتحقق مهما تكن قيمة t ، ومنه :

$$B - E = 0 \text{ و } 1 - \frac{RC}{\tau} = 0 \text{ ، أي : } \underline{B = E} \text{ و } \underline{\tau = RC}$$

فيكتب حل المعادلة جزئيا : $u_c(t) = Ae^{-t/RC} + E$ * تحديد الثابتة A باستعمال الشروط البدئية : عند اللحظة $t = 0$: $u_c(0) = 0$ (1)حسب الحل الجزئي : $u_c(0) = Ae^{-0/RC} + E = A + E$ (2)ومن العلاقتين (1) و (2) نستنتج أن $A = -E$ فيكون الحل النهائي هو : $u_c(t) = E\left[1 - e^{-t/RC}\right]$

2.4- استنتاج التعبير الحرفي لشدة التيار بدلالة الزمن أثناء النظام الانتقالي :

أي : $i(t) = -C \times \frac{-E}{RC} \times e^{-t/RC}$ ، ومنه : $i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_c}{dt} = C \frac{d}{dt}\left[E(1 - e^{-t/RC})\right]$

$$i(t) = \frac{E}{R} \times e^{-t/RC}$$

2.5- حساب شدة التيار عند اللحظة $t = 0$: $i(0) = \frac{E}{R} \times e^{-0/RC} = \frac{E}{R} = \frac{6}{50} = 0,12 \text{ A}$

(3) دراسة تبادل الطاقة بين المكثف والوشية :

1.3- تعبير الطاقة الكهربائية المحزونة في المكثف :

تكتب الطاقة الكهربائية المحزونة في المكثف على الشكل : $E_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$ لدينا $i(t) = I_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ ، ونضع $q(t) = q_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$ مع $q_m = C.U_0 = q(0)$ لنحدد المقدارين I_m و φ : انطلاقا من العلاقة $i(t) = \frac{dq}{dt}$

$$i(t) = I_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) \quad (2) \quad \text{و} \quad \frac{dq}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0} q_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right) = \frac{2\pi}{T_0} q_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (1)$$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2010 - الدورة العادية

أستاذ المادة : مصطفى قشيش المؤسسة : ثانوية بلال بن رباح التأهيلية - تمارة

من خلال (1) و(2)، نستنتج أن: $I_m = \frac{2\pi}{T_0} \cdot q_m$ و $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ، وبالتالي: $q(t) = I_m \cdot \frac{T_0}{2\pi} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$

$$E_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2C} \left(I_m \frac{T_0}{2\pi} \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right) \right)^2 = \frac{1}{2C} I_m^2 \left(\frac{T_0}{2\pi} \right)^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

$$= \frac{1}{2C} I_m^2 (LC) \cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right) = \frac{1}{2} L I_m^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

2.3- * انحفاظ الطاقة الكلية للدارة (LC) : $E_t = E_e + E_m = E_e + \frac{1}{2} L i^2$ مع $i(t) = I_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \frac{\pi}{2}\right) = -I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$

$$E_t = \frac{1}{2} L I_m^2 \cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right) + \frac{1}{2} L I_m^2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right) = \frac{1}{2} L I_m^2 \left[\cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right) + \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right) \right]$$

$$\Rightarrow E_t = \frac{1}{2} L I_m^2 = Cte$$

$$E_t = \frac{1}{2} L I_m^2 = \frac{1}{2} C U_0^2 = \frac{1}{2} \times 20 \cdot 10^{-6} \times 6^2 = 3,6 \cdot 10^{-4} J$$

* قيمة الطاقة الكلية:

فيزياء 3:

الجزء الأول: السقوط الرأسي لجسم صلب

1- دراسة حركة الكرة (a):

1.1- * إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة $v(t)$:

- المجموعة المدروسة: { الكرة (a) }

- تخضع المجموعة إلى التأثيرات التالية:

وزنها \vec{P} - تأثير دافعة أرخميدس \vec{F} - تأثير قوة الاحتكاك \vec{f} - نطبق القانون الثاني لنيوتن في معلم أرضي، فنكتب: $\vec{P} + \vec{F} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}_G$ - نسقط هذه العلاقة المتجهية على المحور الرأسي (O, \vec{i}) الموجه نحو الأسفل:

$$mg - \rho_0 g V - 6\pi \eta r v = m \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$\text{إذا: } \rho g V - \rho_0 g V - 6\pi \eta r v = \rho V \cdot \frac{dv}{dt} \text{ ، أو: } \frac{\rho g V - \rho_0 g V}{\rho V} - \frac{6\pi \eta r}{\rho V} v = \frac{dv}{dt}$$

$$\text{يكافئ: } \frac{\rho - \rho_0}{\rho} \cdot g - \frac{9 \cdot \eta \cdot r}{2 \cdot \rho \cdot r^2} v = \frac{dv}{dt} \text{ و يكافئ أيضا: } \frac{\rho - \rho_0}{\rho} \cdot g - \frac{6\pi \eta r}{\rho (4/3)\pi r^3} v = \frac{dv}{dt}$$

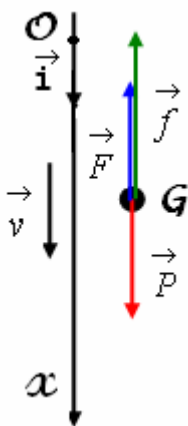
$$\text{أو: } \frac{dv}{dt} + \frac{9 \cdot \eta}{2 \cdot \rho \cdot r^2} v = (1 - \frac{\rho_0}{\rho}) \cdot g \text{ ، نضع } \tau = \frac{2 \cdot \rho \cdot r^2}{9 \cdot \eta} \text{ و } C = (1 - \frac{\rho_0}{\rho}) \cdot g$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau} v = C$$

فتكتب المعادلة التفاضلية على الشكل التالي:

* حساب الثابتين τ و C :

$$C = (1 - \frac{\rho_0}{\rho}) \cdot g = (1 - \frac{970}{2600}) \times 9,81 = 6,15 \text{ m.s}^{-2} \text{ و } \tau = \frac{2 \cdot \rho \cdot r^2}{9 \cdot \eta} = \frac{2 \times 2600 \times (0,25 \cdot 10^{-2})^2}{9 \times 8 \cdot 10^{-2}} = 4,51 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$



1.2- حساب قيمة السرعة الحدية v_ℓ :

* السرعة الحدية هي السرعة التي تمتلكها الكرة عندما تصل النظام الدائم أي عندما تصبح $(\frac{dv}{dt})_\infty = 0$

* تكتب المعادلة التفاضلية في هذه الحالة: $(\frac{dv}{dt})_\infty + \frac{1}{\tau} v_\ell = C$ ، أو $\frac{1}{\tau} v_\ell = C$ ، ومنه:

$$v_\ell = C \cdot \tau = 6,15 \times 4,51 \cdot 10^{-2} = 0,277 \text{ m.s}^{-1}$$

2- دراسة مقارنة لحركتي الكرتين (a) و (b) :

1.2- الكرة التي تستغرق أطول مدة زمنية لتبلغ سرعتها الحدية هي التي توافق المقدار الأكبر τ :

$$\tau' = \frac{2 \cdot \rho \cdot r'^2}{9 \cdot \eta} = \frac{2 \cdot \rho \cdot (2r)^2}{9 \cdot \eta} = 4 \cdot \frac{2 \cdot \rho \cdot r^2}{9 \cdot \eta} = 4 \cdot \tau > \tau \quad \text{و} \quad \tau = \frac{2 \cdot \rho \cdot r^2}{9 \cdot \eta} \quad \text{-1.1 :}$$

* نستنتج أن الكرتية (b) هي التي تستغرق مدة أطول.

2.2- حساب المدة الزمنية الفاصلة بين وصول الكرتين إلى قعر الأنبوب:

* كل كرتية تقطع نفس المسافة H ، خلال مرحلتين: مرحلة النظام الانتقالي ومرحلة النظام الدائم.

* بالنسبة للكرتية (b) ، تقطع المرحلة الأولى خلال المدة $5 \cdot \tau'$ ، وتقطع المرحلة الثانية بسرعة ثابتة v'_ℓ خلال المدة $\frac{H-d_2}{v'_\ell}$

$$5 \cdot \tau' + \frac{H-d_2}{v'_\ell} = 5 \cdot (4 \times 4,51 \cdot 10^{-2}) + \frac{1-0,8}{4 \times 0,277} = 1,08 \text{ s}$$

* بنفس الطريقة نجد المدة التي تستغرقها الكرتية (a) خلال المرحلتين: $5 \cdot \tau + \frac{H-d_1}{v_\ell} = 5 \cdot (4,51 \cdot 10^{-2}) + \frac{1-0,05}{0,277} = 3,65 \text{ s}$

$$\Delta t = \left[5 \cdot \tau + \frac{H-d_1}{v_\ell} \right] - \left[5 \cdot \tau' + \frac{H-d_2}{v'_\ell} \right] \quad \text{تكون المدة الفاصلة هي:}$$

$$\Delta t = 3,65 - 1,08 = 2,57 \text{ s} \quad \text{تطبيق عددي:}$$

الجزء الثاني: تغيير الشروط البدئية لحركة متذبذب غير مخمد

1- المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفعال x لمركز القصور G :

- المجموعة المدروسة: {الجسم الصلب}

- جرد القوى المطبقة على هذه المجموعة:

وزنها \vec{P} وتأثير قوة الارتداد \vec{T} وتأثير السطح الأفقي \vec{R}

- تطبيق القانون الثاني لنيوتن في معلم $\Re(O, \vec{i})$ نعتبره غاليليا:

$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m \vec{a}_G \quad \text{إذا:} \quad \sum \vec{F} = m \vec{a}_G$$

بإسقاط العلاقة المتجهية على المحور الأفقي Ox :

$$P_x + T_x + R_x = m a_x \Rightarrow 0 - k \cdot x + 0 = m \cdot \ddot{x}$$

نحصل على المعادلة التفاضلية: $\ddot{x} + \frac{k}{m} \cdot x = 0$ أو $m \cdot \ddot{x} + k \cdot x = 0$

2- التغيير الحرفي للدور الخاص:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0} x_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right) \quad \text{ومنه} \quad x(t) = x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$$

تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2010 - الدورة العادية

أستاذ المادة : مصطفى قشيش المؤسسة : ثانوية بلال بن رباح التأهيلية - تمارة

$$\text{وبالتالي } \frac{d^2x}{dt^2} + \underbrace{\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)}_{=x} = 0 \text{ أي } \frac{d^2x}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

$$\text{أو: } \frac{d^2x}{dt^2} + \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x = 0 \text{ و بالمقارنة مع المعادلة التفاضلية } \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \text{، نستنتج أن: } \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{k}{m}$$

$$\text{ومنه نستنتج أن: } T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

3- تعيين المنحنى الموافق للحالة الأولى:

في الحالة الأولى، عند أصل التواريخ $t=0$ ، نحرر الجسم بدون سرعة بدئية أي: $\left(\frac{dx}{dt}\right)_{t=0} = 0$ ، ويوافق المنحنى (ب).

4- نعتبر المتذبذب في الحالة الثانية، حيث الوسع هو x_{m2} والطور هو φ_2 .

$$4.1- \text{ من المبيان (أ)، نجد: } * \quad x_{m2} = 4 \text{ cm} \quad \text{و} \quad d = 3 \text{ cm}$$

$$4.2- \text{ تطبيق انحفاظ الطاقة الميكانيكية لإثبات العلاقة: } x_{m2} = \sqrt{\frac{m.v_A^2}{k} + d^2}$$

* الطاقة الميكانيكية للمجموعة عندما يكون مركز القصور مطابقا مع النقطة A :

$$E_{mA} = E_{cA} + E_{ppA} + E_{peA}$$

$$= \frac{1}{2}mv_A^2 + E_{ppA} + \frac{1}{2}k.d^2 + cte$$

* الطاقة الميكانيكية للمجموعة عندما يكون مركز القصور مطابقا مع النقطة B أفصولها $-x_{m2} = -4 \text{ cm}$:

$$E_{mB} = E_{cB} + E_{ppB} + E_{peB}$$

$$= \frac{1}{2}mv_B^2 + E_{ppB} + \frac{1}{2}k.x_{m2}^2 + cte$$

ولدينا: $E_{ppA} = E_{ppB}$ و $v_B = 0$

$$E_{mB} = E_{mA} \Rightarrow 0 + E_{ppB} + \frac{1}{2}k.x_{m2}^2 + cte = \frac{1}{2}mv_A^2 + E_{ppA} + \frac{1}{2}k.d^2 + cte$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}k.x_{m2}^2 = \frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}k.d^2$$

$$\Rightarrow x_{m2}^2 = \frac{m}{k}v_A^2 + d^2$$

$$\Rightarrow x_{m2} = \sqrt{\frac{m}{k}v_A^2 + d^2}$$

4.3- تعبير $\tan(\varphi_2)$ بدلالة d و x_{m2} :

$$(1) \quad \cos(\varphi_2) = \frac{d}{x_{m2}} \Leftrightarrow x_2(0) = x_{m2} \cos(\varphi_2) = d \quad * \text{ نعلم أن: } x_2(t) = x_{m2} \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi_2\right) \text{، ومنه:}$$

$$(2) \quad \sin(\varphi_2) = \frac{-v_A}{\frac{2\pi}{T_0}x_{m2}} \Leftrightarrow \dot{x}_2(0) = v_A = -\frac{2\pi}{T_0}x_{m2} \sin(\varphi_2) \text{، ومنه: } \dot{x}(t) = \frac{dx_2}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0}x_{m2} \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi_2\right) \text{، ولدينا:}$$

$$(2) \Rightarrow \tan(\varphi_2) = \frac{\sin(\varphi_2)}{\cos(\varphi_2)} = \frac{\frac{-v_A}{T_0} x_{m2}}{\frac{d}{x_{m2}}} = \frac{-v_A}{d \cdot \frac{2\pi}{T_0}} = \frac{-v_A}{d \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}}$$

$$\tan(\varphi_2) = \frac{\sqrt{x_{m2}^2 - d^2}}{d} \quad \text{حسب نتيجة السؤال 4.2 - ، ومنه نستنتج العلاقة: } v_A = -\frac{\sqrt{x_{m2}^2 - d^2}}{\sqrt{\frac{m}{k}}}$$