تصحيح الامتحان الوطني مسلك العلوم الفيزيائية
الدورة العادية 2023
www.svt-assilah.com

تمرين 1:

1-دراسة محلول مائي لحمض الإيثانويك

1.1-معادلة تفاعل حمض الإيثانويك مع الماء:

$$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftarrows CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

2.1-إثبات العلاقة:

لدينا:

$$\alpha = \frac{[CH_3COOH]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}+[CH_3COO^-]_{éq}} = \frac{[CH_3COOH]_{éq}+[CH_3COO^-]_{éq}-[CH_3COO^-]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}+[CH_3COO^-]_{éq}} = 1 - \frac{[CH_3COO^-]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}+[CH_3COO^-]_{éq}}$$

الجدول الوصفي:

حالة المجموعة	التقدم	$CH_3COOH_{(aq)}$	$+ H_2O_{(l)}$	$\rightleftarrows$	$CH_3COO^-_{(aq)}$	$+ H_3O^+_{(aq)}$
البدئية	0	$C_A.V$	بوفرة	---	0	0
الوسيطية	x	$C_A.V - x$	بوفرة	---	x	x
التوازن	$x_{éq}$	$C_A.V - x_{éq}$	بوفرة	---	$x_{éq}$	$x_{éq}$

حسب الجدول الوصفي:

$$[CH_3COO^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq} = \frac{x_{éq}}{V}$$

$$[CH_3COOH]_{éq} = \frac{C_A.V - x_{éq}}{V} = C_A - \frac{x_{éq}}{V} = C_A - [CH_3COO^-]_{éq}$$

$$C_A = [CH_3COOH]_{éq} + [CH_3COO^-]_{éq}$$

تعبير نسبة التقدم النهائي:

$$\tau = \frac{x_{éq}}{x_{max}}$$

المتفاعل المحد هو الحمض : $C_A.V - x_{max} = 0$ ومنه $x_{max} = C_A.V$

$$x_{éq} = [H_3O^+]_{éq}.V = [CH_3COO^-]_{éq}.V$$

$$\tau = \frac{[CH_3COO^-]_{éq}.V}{C_A.V} = \frac{[CH_3COO^-]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq} + [CH_3COO^-]_{éq}}$$

$$\alpha = 1 - \frac{[CH_3COO^-]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq} + [CH_3COO^-]_{éq}} \Rightarrow \boxed{\alpha = 1 - \tau}$$

ت.ع:

$$\alpha = 1 - \frac{10^{-pH}}{C_A}$$

$$\alpha = 1 - \frac{10^{-3,05}}{5.10^{-2}} = 0,982 \Rightarrow \boxed{\alpha = 98,2\ \%}$$

1.3-إثبات قيمة pK_{A1} :

$$K_{A1} = \frac{[CH_3COO^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}} \Rightarrow \begin{cases} [CH_3COO^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq} = 10^{-pH} \\ [CH_3COOH]_{éq} = C_A - [H_3O^+]_{éq} = C_A - 10^{-pH} \end{cases}$$

$$K_{A1} = \frac{{[H_3O^+]_{éq}}^2}{C_A - [H_3O^+]_{éq}} = \frac{10^{-2pH}}{C_A - 10^{-pH}}$$

$$pK_{A1} = -\log K_{A1} \Longrightarrow pK_{A1} = -\log\frac{10^{-2pH}}{C_A - 10^{-pH}} \Rightarrow pK_{A1} = -\log\left(\frac{10^{-2\times3,05}}{5.10^{-2} - 10^{-3,05}}\right) \Longrightarrow \boxed{pK_{A1} = 4,79}$$

2-دراسة التفاعل بين حمض الايثانويك وأيون الميثانوات

2.1-معادلة التفاعل:

$$CH_3COOH_{(aq)} + HCOO^-_{(aq)} \rightleftarrows CH_3COO^-_{(aq)} + HCOOH_{(aq)}$$

2.2-تعبير $Q_{r,éq}$:

$$Q_{r,éq} = \frac{[CH_3COO^-]_{éq}.[HCOOH]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}.[HCOO^-]_{éq}}$$

$$Q_{r,éq} = \frac{[CH_3COO^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}}.\frac{[HCOOH]_{éq}}{[HCOO^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}} = K_{A1}.\frac{1}{K_{A2}} \Longrightarrow \boxed{Q_{r,éq} = \frac{K_{A1}}{K_{A2}}}$$

$$Q_{r,éq} = \frac{10^{-pK_{A1}}}{10^{-pK_{A2}}} = 10^{pK_{A2}-pK_{A1}}$$

ت.ع:

$$Q_{r,éq} = 10^{3,75-4,79} = 0,091 \Rightarrow \boxed{Q_{r,éq} = 9,1.10^{-2}}$$

2.3-تعبير pH :

الجدول الوصفي:

حالة المجموعة	التقدم	$CH_3COOH_{(aq)}$ +	$HCOO^-_{(aq)}$	⇄	$CH_3COO^-_{(aq)}$ +	$HCOOH_{(aq)}$
البدئية	0	$C_A.V_1$	$C_B.V_2$	--	0	0
الوسيطية	x	$C_A.V_1 - x$	$C_B.V_2 - x$	--	x	x
التوازن	$x_{éq}$	$C_A.V_1 - x_{éq}$	$C_B.V_2 - x_{éq}$	--	$x_{éq}$	$x_{éq}$

$$Q_{r,éq} = \frac{[CH_3COO^-]_{éq}.[HCOOH]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}.[HCOO^-]_{éq}}$$

$$[CH_3OOH]_{éq} = [HCOO^-]_{éq} = \frac{C_A.V_1 - x_{éq}}{2V_1}$$

$$[CH_3COO^-]_{éq} = [HCOOH]_{éq} = \frac{x_{éq}}{2V_1}$$

$$Q_{r,éq} = \frac{\left(\frac{x_{éq}}{2V_1}\right)^2}{\left(\frac{C_A.V_1 - x_{éq}}{2V_1}\right)^2} = \left(\frac{x_{éq}}{2V_1}\right)^2.\left(\frac{2V_1}{C_A.V_1 - x_{éq}}\right)^2 = \left(\frac{x_{éq}}{C_A.V_1 - x_{éq}}\right)^2$$

$$\frac{x_{éq}}{C_A.V_1 - x_{éq}} = \sqrt{Q_{r,éq}}$$

حسب تعبير pH :

$$pH = pK_{A1} + \log\frac{[CH_3COO^-]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}}$$

$$pH = pK_{A2} + \log\frac{[HCOO^-]_{éq}}{[HCOOH]_{éq}}$$

$$2pH = pK_{A1} + pK_{A2} + \log\frac{[CH_3COO^-]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}} + \log\frac{[HCOO^-]_{éq}}{[HCOOH]_{éq}}$$

$$2pH = pK_{A1} + pK_{A2} + \log\frac{[CH_3COO^-]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}}.\frac{[HCOO^-]_{éq}}{[HCOOH]_{éq}} \Rightarrow \begin{cases}[CH_3OOH]_{éq} = [HCOO^-]_{éq}\\ [CH_3COO^-]_{éq} = [HCOOH]_{éq}\end{cases}$$

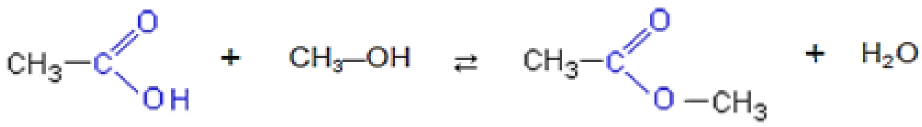
$$2pH = pK_{A1} + pK_{A2} + \log\frac{[HCOOH]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}}\cdot\frac{[CH_3COOH]_{éq}}{[HCOOH]_{éq}} = pK_{A1} + pK_{A2}$$

$$pH = \frac{1}{2}(pK_{A1} + pK_{A2})$$

حساب pH :
$$pH = \frac{1}{2}(4{,}79 + 3{,}75) \Longrightarrow \boxed{pH = 4{,}27}$$

3-دراسة تفاعل حمض الإيثانويك مع الإيثانول

3.1-معاجلة التفاعل:



3.2-المنحنى الموافق للتفاعل الذي استعمل فيه الحفاز:

يسرع الحفاز التحول وبالتالي المنحنى الموافق للتفاعل الذي استعمل فيه الحفاز هو **المنحنى C_1** لأن التفاعل يصل إلى قيمته النهائية في مدة زمنية اقل مقارنة مع المنحنى C_2 .

3.3 .تركيب الخليط عند التوازن:

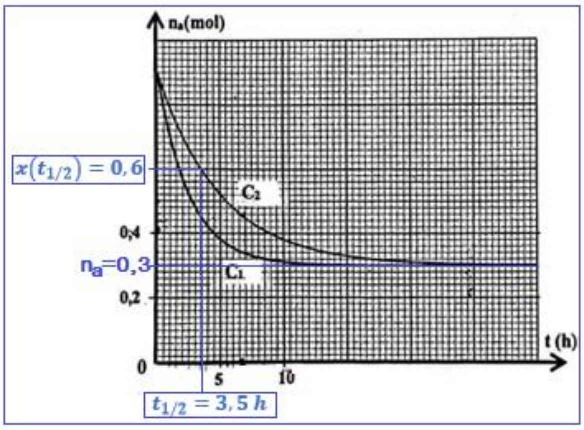
الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل		A	$+ \; B$	$\longrightarrow$	E	$+ \; H_2O$
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)				
البدئية	0	n_0	n_0	---	0	0
الوسيطية	x	$n_0 - x$	$n_0 - x$	---	x	x
النهائية	x_f	$n_0 - x_f$	$n_0 - x_f$	---	x_f	x_f

كمية مادة حمض الإيثانويك المتبقية في الحالة النهائية : $n_{af} = n_0 - x_f$ أي: $x_f = n_0 - n_{af}$

باستعمال المبيان نجد: $n_{af} = 0{,}3\ mol$

$$x_f = 0{,}9 - 0{,}3 = 0{,}6\ mol$$



تركيب الخليط:

$$n_f(ester) = n_f(eau) = x_f = 0{,}6\ mol$$

$$n_f(acide) = n_f(alcool) = n_0 - x_f = 0{,}3\ mol$$

3.4-قيمة $t_{1/2}$:

عند $t_{1/2}$ لدينا : $x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2} = \frac{0{,}6}{2} = 0{,}3\ mol$

كمية مادة الحمض المتبقية:

$$n_a(t_{1/2}) = n_0 - (t_{1/2}) = 0{,}9 - 0{,}3 = 0{,}6\ mol$$

بالاسقاط نحصل على : $\boxed{t_{1/2} = 3{,}5\ h}$

3.5-مردود التفاعل:

$$r = \frac{n_{exp(ester)}}{n_{th}(ester)} = \frac{x_f}{x_{max}}$$

$x_f = 0{,}6\ mol$ و $x_{max} = n_0 = 0{,}9\ mol$

$$r = \frac{0,6}{0,9} = 0,667 \Rightarrow \boxed{r = 66,7\ \%}$$

3.6-مردود التحول r' :

الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل		A	$+ \quad B$	$\longrightarrow$	E	$+ \quad H_2O$
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)				
البدئية	0	$0,3 + 0,1 = 0,4$	$0,3$	-	$0,6$	$0,6$
الوسيطية	x	$0,4 - x$	$0,3 - x$	-	$0,6 + x$	$0,6 + x$
التوازن	$x_{éq}$	$0,4 - x_{éq}$	$0,3 - x_{éq}$	-	$0,6 + x_{éq}$	$0,6 + x_{éq}$

$$K = \frac{[E]_f.[H_2O]_f}{[A]_f.[B]_f} = \frac{\left(\frac{0,6 + x_{éq}}{V}\right)^2}{\frac{(0,4 - x_{éq})(0,3 - x_{éq})}{V^2}} = \frac{(0,6 + x_{éq})^2}{(0,4 - x_{éq})(0,3 - x_{éq})} = \frac{0,6^2 + 2 \times 0,6x_{éq} + x_{éq}^2}{0,12 - 0,4x_{éq} - 0,3x_{éq} + x_{éq}^2}$$

$$4 \times (0,12 - 0,7x_{éq} + x_{éq}^2) = 0,36 + 1,2x_{éq} + x_{éq}^2$$

$$0,48 + 0,28x_{éq} + 4x_{éq}^2 - 0,36 - 1,2x_{éq} - x_{éq}^2 = 0$$

$$3x_{éq}^2 - 4x_{éq} + 0,12 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 3 \times 0,12 = 14,56$$

$$\begin{cases} x_{éq1} = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-4) - \sqrt{14,56}}{2 \times 3} = 0,0131\ mol \\ x_{éq2} = \dfrac{-b\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-4) + \sqrt{14,56}}{2 \times 3} = 1,3\ mol \end{cases}$$

$x_{éq} = 0,03\ mol$ أي: $x_{éq} < x_{max} = 0,3\ mol$

$$r' = \frac{n_f(ester)}{n_{max}(ester)} \Rightarrow r' = \frac{0,6 + x_{éq}}{0,6 + x_{max}} \Rightarrow r' = \frac{0,6 + 0,03}{0,6 + 0,3} = 0,70 \Rightarrow \boxed{r' = 70\ \%}$$

تمرين 2:

1-تفتت التريتيوم

1.1-الإقتراح الصحيح: ه

1.2-معادلة التفتت:

$${}^3_1H \xrightarrow{\beta^-} {}^A_ZX + {}^{0}_{-1}e$$

تطبيق قانونا صودي للانحفاظ:

$$\begin{cases} 3 = A + 0 \\ 1 = Z - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 3 \\ Z = 2 \end{cases}$$

$$\boxed{{}^A_ZX \equiv {}^3_2He}$$

$${}^3_1H \xrightarrow{\beta^-} {}^3_2He + {}^{0}_{-1}e$$

3.1-العلاقة بين $t_{1/2}$ و λ :

حسب قانون التناقص الاشعاعي: $N(t) = N_0.e^{-\lambda.t}$

حسب تعريف عمر النصف، لدينا : $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$

$$\frac{N_0}{2} = N_0.e^{-\lambda.t_{1/2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda.t_{1/2}} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln e^{-\lambda.t_{1/2}} \Rightarrow -\ln 2 = -\lambda.t_{1/2} \Rightarrow \ln 2 = \lambda.t_{1/2}$$

$$\boxed{t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}}$$

1.4-حساب a_1 :

عند تفتت $90\ \%$ من نوى العينة يتبقى منها 10% من نوى العينة البدئية أي: $N_1 = 10\%\ N_0 = 0,1\ N_0$

نشاطها الاشعاعي a_1 حيث:

$$a_1 = \lambda.N_1 = 0,1\lambda.N_0$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \quad ; \quad \frac{N_0}{N_A} = \frac{m_0}{m({}^3_2He)} \Rightarrow N_0 = \frac{m_0.N_A}{m({}^3_1H)}$$

ت.ع: $$a_1 = 0,1.\frac{\ln 2}{t_{1/2}}.\frac{m_0.N_A}{m({}^3_1H)} \Rightarrow a_1 = \frac{\ln 2}{12,32\times 3,16.10^7} \times \frac{2.10^{-6}\times 6,02.10^{23}}{3} \Rightarrow \boxed{a_1 = 7,145.10^8\ Bq}$$

2-تفاعل الاندماج

2.1-الجواب بصحيح او خطأ:

أ-طاقة الربط بالنسبة لنواة التريتيوم $E_l({}^3_1H) = 8,475MeV$	صحيح
ب-نواة التريتيوم ${}^3_1H$ أكثر استقرارا من الدوتريوم ${}^2_1H$.	صحيح

$$\begin{cases} \xi\left(({}^3_1H)\right) = \frac{E_l({}^3_1H)}{3} = \frac{8,475}{3} = 2,825\ MeV/Nucléon \\ \xi({}^2_1H) = \frac{E_l({}^2_1H)}{2} = \frac{2,366}{2} = 1,183\ MeV/Nucléon \end{cases} \Rightarrow \xi({}^3_1H) > \xi({}^2_1H)$$

نستنتج ان نواة التريتيوم ${}^3_1H$ أكثر استقرارا من الدوتريوم ${}^2_1H$.

2.2-الطاقة المحررة E_{lib} :

$${}^3_1H + {}^2_1H \longrightarrow {}^3_2He + {}^1_0n$$

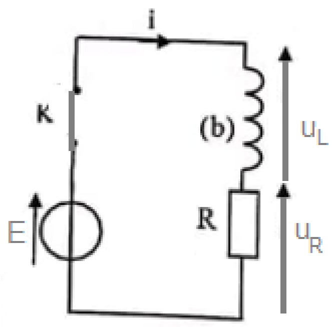
E_{lib} الطاقة التي يحررها تفاعل اندماج نواة واحدة من ${}^2_1H$ مع نواة واحدة من ${}^3_1H$ حيث: $E_{lib} = |\Delta E|$

$$\Delta E = E_l({}^3_1H) + E_l({}^2_1H) - E_l({}^3_2He)$$

$$|\Delta E| = |8,475 + 2,366 - 28,296| = 17,455\ MeV$$

$$E_{lib} = |\Delta E| \Rightarrow \boxed{E_{lib} = 17,455\ MeV}$$

تمرين 3:



الشكل 1

1-استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر

1.1-إثبات المعادلة التفاضلية:

حسب قانون إضافية التوترات : $u_L + u_R = E$

حسب قانون أوم : $u_R = R.i$ و $u_L = L\frac{di}{dt}$

$$L\frac{di}{dt} + R.i = E \Leftrightarrow \boxed{\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}.i = \frac{E}{L}}$$

1.2.1 -تعبير كل من A و B :

$$\begin{cases} i(t) = A + B.e^{-\frac{t}{\tau}} \\ \dfrac{di}{dt} = \dfrac{d(A + B.e^{-\frac{t}{\tau}})}{dt} = -\dfrac{B}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} \end{cases}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية:

$$-\frac{B}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R}{L}\left(A + B.e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{E}{L}$$

$$-\frac{B}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{R}{L}.A + \frac{R}{L}.B.e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{L}$$

$$B.e^{-\frac{t}{\tau}}\left(\frac{R}{L} - \frac{1}{\tau}\right) + \frac{R}{L}.A - \frac{E}{L} = 0$$

لكي تتحقق هذه المعادلة كيف ما كانت قيمة t يجب ان يكون:

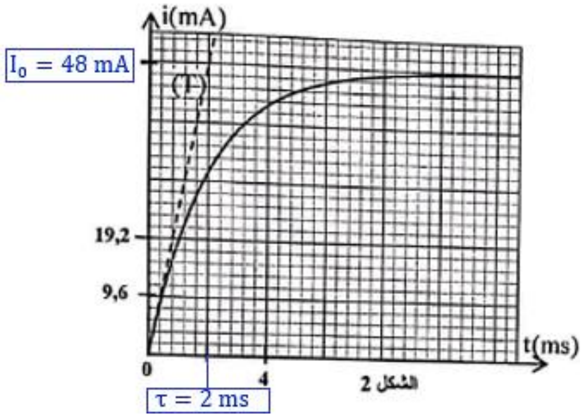
$$\begin{cases} \dfrac{R}{L} - \dfrac{1}{\tau} = 0 \\ \dfrac{R}{L}.A - \dfrac{E}{L} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{R}{L} = \dfrac{1}{\tau} \\ R.A = E \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tau = \dfrac{L}{R} \\ \boxed{A = \dfrac{E}{R}} \end{cases}$$

لتحديد B نستعمل الشروط البدئية:

$$i(0) = 0 \Rightarrow A + B.e^{0} = 0 \Rightarrow B = -A \Rightarrow \boxed{B = -\frac{E}{R}}$$

تعبير شدة التيار : $i(t) = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

1.2.2-لنبين ان $L = 1H$:



الشكل 2

تعبير ثابتة الزمن: $\tau = \frac{L}{R}$ أي: $L = \tau.R$

تعبير شدة التيار في النظام الدائم، حسب المعادلة التفاضلية :

$\frac{R}{L}.I_0 = \frac{E}{L}$ ومنه : $I_0 = \frac{E}{R}$

$$R = \frac{E}{I_0}$$

$$L = \tau.\frac{E}{I_0}$$

مبيانيا حسب الشكل 2 نجد : $\tau = 2\ ms$ و $I_0 = 48\ mA$.

ت.ع: $L = 2.10^{-3} \times \frac{24}{48.10^{-3}} \Rightarrow \boxed{L = 1\ H}$

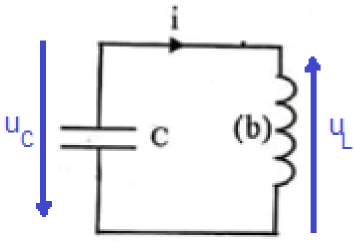
1.3-التعبير العددي ل $u_L(t)$:

$$u_L(t) = L\frac{di}{dt} = L\frac{d\,\frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}{dt} = \frac{L.E}{R}.\frac{1}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{L.E}{R}.\frac{R}{L}.e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow u_L(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_L(t) = 24\ e^{-\frac{t}{2.10^{-3}}} \Rightarrow \boxed{u_L(t) = 24\ e^{-500.t}}$$

2-دارة متذبذبة LC

2.1-إثبات المعادلة التفاضلية:



الشكل 3

حسب قانون إضافية التوترات: $u_L + u_C = 0$

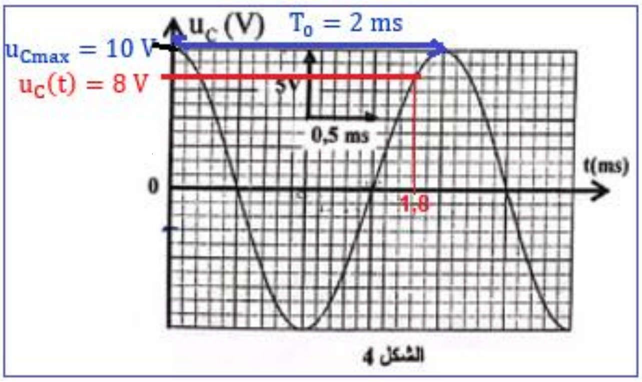
حسب قانون اوم: $u_L = L\frac{di}{dt}$ مع : $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C.u_C)}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$

$$L.C.\frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \Leftrightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{L.C}.u_C = 0$$

2.2.1-سعة المكثف C :

حسب تعبير الدور الخاص : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ وبالتالي: $T_0^2 = 4\pi^2 L.C$ نحصل على: $C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 L}$

حسب الشكل 3: قيمة الدور الخاص هي: $T_0 = 2\ ms$



ت.ع: $C = \frac{(2.10^{-3})^2}{4\times10\times1} = 10^{-7}\ F \Leftrightarrow \boxed{C = 0,1\ \mu F}$

2.2.2-الطاقة المغنطيسية عند $t = 1,8\ ms$:

الطاقة الكلية للدارة الكهربائية :

$$E_T(t) = E_e(t) + E_m(t)$$

$$E_m(t) = E_T(t) - E_e(t)$$

-عند اللحظة $t = 0$ لدينا $u_C(0) = u_{Cmax} = 10\ V$ و

$i(0) = 0$ ومنه : $E_T(o) = E_{emax} = \frac{1}{2}Cu_{C\ max}^2$

-عند اللحظة $t = 1,8\ ms$ يكون $u_C(t) = 8\ V$

$$E_m(t) = \frac{1}{2}C.u_{C\ max}^2 - \frac{1}{2}C.u_C^2(t) = \frac{1}{2}C.\left(u_{C\ max}^2 - u_C^2(t)\right)$$

$$E_m(t) = \frac{1}{2}\times10^{-7}\times(10^2 - 8^2) \Longrightarrow \boxed{E_m(t) = 1,8.10^{-6}\ J}$$

www.svt-assilah.com

3-تضمين الوسع

3.1-الاقتراح الصحيح: ب

لدينا :

$$T_S = 5ms = 5.10^{-3}\ s$$

$$f_s = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{5.10^{-3}} = 200\ Hz$$

$$T_s = 20T_P \Leftrightarrow \frac{1}{f_s} = \frac{20}{F_p} \Leftrightarrow F_p = 20f_s \Longrightarrow F_p = 20\times200 = 4000\ Hz = 4kHz$$

3.2-أ-نسبة التضمين: خطأ

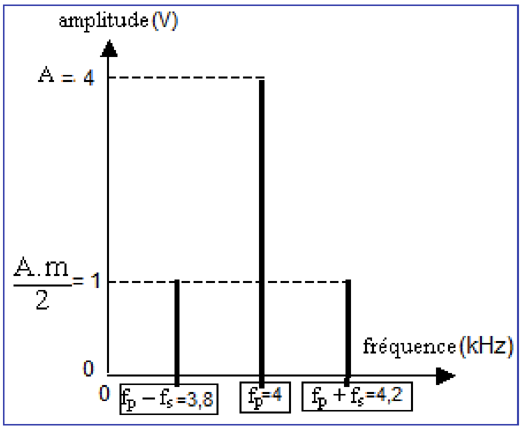
$$m = \frac{U_{m\ max} - U_{m\ min}}{U_{m\ max} + U_{m\ min}}$$

$$\begin{cases} U_{m\ max} = 3\times2 = 6V \\ U_{m\ min} = 1\times2 = 2V \end{cases} \Longrightarrow m = \frac{6-2}{6+2} = 0,5$$

3.2-ب-المركبة المستمرة: خطأ

$$U_0 = \frac{U_{m\ max} + U_{m\ min}}{2} = \frac{6+2}{2} = 4V$$

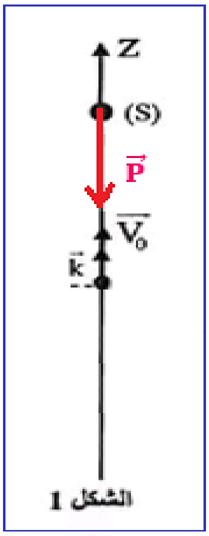
3.3-طيف ترددات الإشارة المضمنة:



تمرين 4:

الجزء I :

1-حركة السقوط الحر



1.1-المعادلات الزمنية $V_z\ (t)$ و $z(t)$:

المجموعة المدروسة: $\{(S)\text{الكرة}\}$

جرد القوى: تخضع الكرة لوزنها $\vec{P}$ فقط (لأنها في سقوط حر).

نختار المعلم الراسي $(O,\vec{\imath}\,)$ المرتبط بالأرض ونطبق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G \quad \Longrightarrow \vec{P} = m.\vec{a}_G$$

السقاط على المحورoz : $P_z = m.a_z$

$$-P = m.a_Z \ \Longrightarrow\ -m.g = m.a_z \ \Longrightarrow a_z = -g \Longrightarrow a_z = \frac{dv_z}{dt} = -g$$

التكامل : $V_z\ (t) = -g.t + V_{0z}$ عند $t_0 = 0$ لدينا : $V_z\ (0) = V_0$

أي $V_z\ (t = 0) = -g \times 0 + V_{0z}$: $V_{0z} = V_0$

$$V_z\ (t) = -g.t + V_0 \longmapsto \boxed{V_z\ (t) = -10.t + 12}$$

كما ان : $V_z\ (t) = \frac{dz}{dt} = -10t + 12$ بالتكامل نحصل على: $z(t) = -\frac{1}{2} \times 10.t^2 + 12.t + z_0$

عند $t_0 = 0$ لدينا : $z_0 = 0$ وبالتالي: $\boxed{z(t) = -5.t^2 + 12t}$

1.2.1-الارتفاع الأقصى h :

عند اللحظة t_1 يصل G الى الارتفاع الأقصى حيث تنعدم سرعته نكتب :

$$V_z = 0 \ \Longrightarrow -10.t_1 + 12 = 0 \ \Longrightarrow 10.t_1 = 12 \ \Longrightarrow t_1 = \frac{12}{10} = 1{,}2\ s$$

الارتفاع الأقصى h :

ت.ع : $h = z(t_1) = -5.{t_1}^2 + 12.t_1$

$$h = -5 \times 1{,}2^2 + 12 \times 1{,}2 \rightarrow \boxed{h = 7{,}2\ m}$$

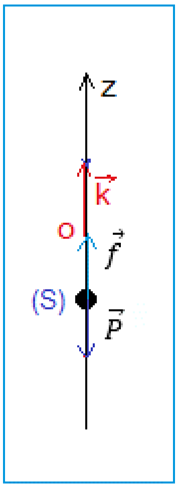
2.2.1-القيمة الجبيرة للسرعة عند O:

$$z(t_2) = 0 \ \Leftrightarrow 5.{t_2}^2 + 12.t_2 = 0 \ \Leftrightarrow t_1(-5t_2 + 12) = 0$$

$t_2 = 0$ حل غير مرغوب فيه أو $-5t_2 + 12 = 0$ أي: $t_2 = \frac{12}{5} = 2{,}4\ s$

$$V_Z\ (t_2) = -10.t_2 + 12 \ \Longrightarrow V_Z\ (t_2) = -10 \times 2{,}4 + 12 = -12\ m.s^{-1}$$

2-حركة السقوط باحتكاك



2.1-إثبات المعادلة التفاضلية:

جرد القوى : $\vec{P}$: وزن الكرة

$\vec{f}$: قوة الاحتكاك

تطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G \quad \Longrightarrow \vec{P} + \vec{f} = m.\vec{a}_G$$

الاسقاط على المحورoz : $P_z + f_z = m.a_z \Longrightarrow -P + f = m.\frac{dV_z}{dt}$

$$-m.g-\lambda V_z = m.\frac{dV_z}{dt} \Rightarrow m.\frac{dV_z}{dt} + \lambda V_z + mg \Rightarrow \boxed{\frac{dV_z}{dt} + \frac{\lambda}{m}.V_z + g = 0}$$

نضع : $\frac{\lambda}{m} = \frac{1}{\tau}$ أي: $\boxed{\tau = \frac{m}{\lambda}}$

نحصل على المعادلة التفاضلية : $\boxed{\frac{dV_z}{dt} + \frac{1}{\tau}.V_z + g = 0}$

2.2-استنتاج منظم السرعة الحدية:

في النظام الدائم لدينا: $V_z = V_{\ell im} = cte > 0$ ومنه: $\frac{dV_{\ell im}}{dt} = 0$ المعادلة التفاضلية تكتب:

$$\frac{1}{\tau}.V_{\ell im} + g = 0 \Rightarrow V_{\ell im} = -g.\tau \Rightarrow \boxed{V_{\ell im} = \left|-\frac{m.g}{\lambda}\right|}$$

$$V_{\ell im} = \left|-\frac{80.10^{-3} \times 10}{0,12}\right| \Rightarrow \boxed{V_{\ell im} = 6,67\ m.s^{-1}}$$

2.3-القيمة الجبرية $V_z(t_i)$:

حسب طريقة اولير : $V_{i+1} = V_i + a_i.\Delta t$ ومنه: $V_i = V_{i-1} + a_{i-1}.\Delta t$ (1)

و $a_i + \frac{\lambda}{m}.V_i + g = 0$ أي: $a_{i-1} + \frac{\lambda}{m}.V_{i-1} + g = 0$ (2)

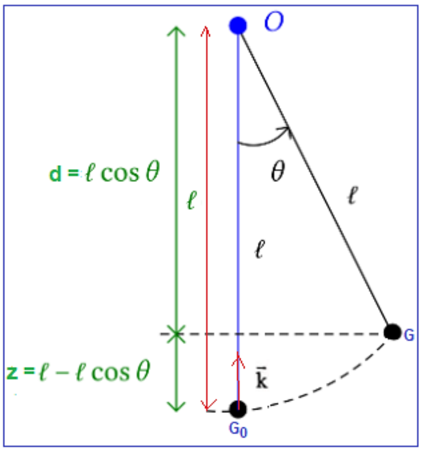
العلاقة (2): $\frac{\lambda}{m}.V_{i-1} = -a_{i-1} - g$ وبالتالي: $V_{i-1} = -\frac{m}{\lambda}(a_{i-1} + 1)$

$$V_{i-1} = -\frac{80.10^{-3}}{0,12}(5+10) = -10\ m.s^{-1}$$

نعوض في (1): $V_i = V_z(t_i) = -10 + 5 \times 66.10^{-3} \Rightarrow \boxed{V_z(t_i) = -9,67\ m.s^{-1}}$

الجزء II: دراسة حركة ارجوحة

1.إثبات تعبير طاقة الوضع الثقالية:



حسب الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية : $E_{pp} = m.g.z + cte$

$E_{pp} = 0$ عند $z = 0$ وبالتالي: $cte = 0$ إذن : $E_{pp} = m.g.z$

حسب الشكل: $\ell = d + z$ ومنه: $z = \ell - d$ مع: $d = \ell.\cos\theta$

$$z = \ell - \ell.\cos\theta = \ell(1-\cos\theta)$$

بالنسبة للزاوية θ صغيرة نكتب : $1 - \cos\theta \approx \frac{\theta^2}{2}$

$z = \ell.\frac{\theta^2}{2}$ نستنتج تعبير طاقة الوضع الثقالية : $E_{pp} = \frac{1}{2}m.g.\ell.\theta^2$

2.1-قيمة السرعة الزاوية القصوى:

الحركة تتم بدون احتكاك إذن الطاقة الميكانيكية تنحفظ خلال الزمن نكتب:

$$E_m = E_{cmax} = E_{ppmax}$$

$$\frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}_{max}{}^2 = \frac{1}{2}m.g.\ell.\theta_0{}^2$$

$$\frac{1}{2}m.\ell^2.\dot{\theta}_{max}{}^2 = \frac{1}{2}m.g.\ell.\theta_0{}^2$$

$$\ell.\dot{\theta}_{max}{}^2 = g\theta_0{}^2$$

$\dot{\theta}_{max} = \theta_0.\sqrt{\frac{g}{\ell}}$ ت.ع: $\dot{\theta}_{max} = 9° \times \frac{\pi}{180°}\sqrt{\frac{10}{2,4}} \Rightarrow \boxed{\dot{\theta}_{max} = 0,32\ rad.s^{-1}}$

2.2-المعادلة التفاضلية :

$$E_m = Cte \Leftrightarrow \frac{dE_m}{dt} = 0$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m.g.\ell.\theta^2\right) = 0$$

$$\frac{1}{2}m.\ell^2.2.\dot{\theta}.\ddot{\theta} + \frac{1}{2}m.g.\ell.2.\theta\dot{\theta} = 0$$

$$m.\ell^2.\left(\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}.\theta\right) = 0$$

$$\boldsymbol{\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}.\theta = 0}$$

3-حساب الدور الخاص:

لدينا: $\boldsymbol{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}}$ ت.ع: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2,4}{10}} \Longrightarrow \boxed{\boldsymbol{T_0 = 3,08\ s}}$

www.svt-assilah.com