

Exercice 1 :

Partie 1 : chromage d'une plaque d'acier par électrolyse

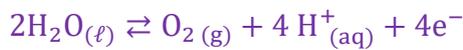
1. Identification de l'électrode qui joue le rôle de la cathode :

La réduction de l'ion chrome (III) se fait au niveau de la cathode.

La plaque d'acier joue le rôle de la cathode.

2.1. A

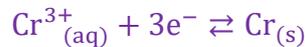
L'équation de la réaction au niveau de l'électrode de graphite s'écrit :



A	$2\text{H}_2\text{O}_{(\ell)} \rightleftharpoons \text{O}_{2(\text{g})} + 4\text{H}^+_{(\text{aq})} + 4\text{e}^-$	B	$\text{Cr}^{3+}_{(\text{aq})} + 3\text{e}^- \rightleftharpoons \text{Cr}_{(\text{s})}$
C	$2\text{O}^{2-}_{(\text{aq})} \rightleftharpoons \text{O}_{2(\text{g})} + 4\text{e}^-$	D	$2\text{H}_2\text{O}_{(\ell)} \rightleftharpoons \text{O}_{2(\text{g})} + 2\text{H}_{2(\text{g})}$

2.2. B

L'équation de la réaction au niveau de l'électrode d'acier s'écrit :



A	$2\text{H}_2\text{O}_{(\ell)} \rightleftharpoons \text{O}_{2(\text{g})} + 4\text{H}^+_{(\text{aq})} + 4\text{e}^-$	B	$\text{Cr}^{3+}_{(\text{aq})} + 3\text{e}^- \rightleftharpoons \text{Cr}_{(\text{s})}$
C	$\text{Cr}^{2+}_{(\text{aq})} + 2\text{e}^- \rightleftharpoons \text{Cr}_{(\text{s})}$	D	$2\text{H}_2\text{O}_{(\ell)} \rightleftharpoons \text{O}_{2(\text{g})} + 2\text{H}_{2(\text{g})}$

3. Détermination de m(Cr) :

Tableau d'avancement de la réaction qui se produit au niveau de la cathode :

Equation de la réaction	$\text{Cr}^{3+}_{(\text{aq})}$	\rightleftharpoons	$\text{Cr}_{(\text{s})}$	+	3e^-	$n(\text{e}^-)$
Etat initial	$n_0(\text{Cr}^{3+})$	---	0	---	---	0
Pendant la durée Δt	$n_0(\text{Cr}^{3+}) - x$	---	x	---	---	3x

$$\begin{cases} n(\text{e}^-) = 3x \\ n(\text{e}^-) = \frac{I \cdot \Delta t}{F} \end{cases} \Rightarrow 3x = \frac{I \cdot \Delta t}{F} \Rightarrow x = \frac{I \cdot \Delta t}{3F}$$

$$\begin{cases} n(\text{Cr}^{3+}) = x \\ n(\text{Cr}^{3+}) = \frac{m(\text{Cr})}{M(\text{Cr})} \end{cases} \Rightarrow \frac{m}{M(\text{Cr})} = x \Rightarrow m(\text{Cr}) = x \cdot M(\text{Cr})$$

$$m(\text{Cr}) = \frac{I \cdot \Delta t \cdot M(\text{Cr})}{3F} \quad \text{A. N:} \quad m(\text{Cr}) = \frac{2 \times 2 \times 3600 \times 52}{3 \times 96500} \Rightarrow \boxed{m(\text{Cr}) = 2,59 \text{ g}}$$

Partie 2 : Etude d'une solution d'acide propanoïque

1-Solution aqueuse d'acide propanoïque

1.1. L'équation de la réaction d'acide propanoïque et l'eau :



1.2. Calcul du taux d'avancement final :

Tableau d'avancement :

Equation de la réaction		$\text{C}_2\text{H}_5\text{COOH}_{(\text{aq})} + \text{H}_2\text{O}_{(\ell)} \rightleftharpoons \text{C}_2\text{H}_5\text{COO}^-_{(\text{aq})} + \text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})}$				
Etat du système	Avancement	Quantité de matière en (mol)				
Etat initial	0	$C_a \cdot V$	En excès	---	0	0
intermédiaire	x	$C_a \cdot V - x$	En excès	---	x	x
Etat d'équilibre	$x_{\text{éq}}$	$C_a \cdot V - x_{\text{éq}}$	En excès	---	$x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$

D'après le tableau d'avancement :

$$n_f(\text{H}_3\text{O}^+) = x_{\text{éq}} = [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} \cdot V$$

Le réactif limitant est l'acide : $C_a \cdot V - x_{\text{max}} = 0 \Rightarrow x_{\text{max}} = C_a \cdot V$

$$\tau = \frac{x_f}{x_{\text{max}}} = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} \cdot V}{C_a \cdot V} = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{C_a} \Rightarrow \tau = \frac{10^{-\text{pH}}}{C_a}$$

$$\tau = \frac{10^{-3,1}}{5 \cdot 10^{-2}} = 0,0159 \Leftrightarrow \boxed{\tau \approx 1,6 \%}$$

-Conclusion : $\tau < 1$ la réaction entre l'acide propanoïque est limitée.

1.3. Expression de $Q_{r,\text{éq}}$ en fonction de C_a et $[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}$:

$$Q_{r,\text{éq}} = \frac{[\text{C}_2\text{H}_5\text{COO}^-]_{\text{éq}} \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{C}_2\text{H}_5\text{COOH}]_{\text{éq}}}$$

$$\tau = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{C_a} \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = C_a \cdot \tau$$

D'après le tableau d'avancement :

$$[\text{C}_2\text{H}_5\text{COO}^-]_{\text{éq}} = [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = \frac{x_f}{V}$$

$$[\text{C}_2\text{H}_5\text{COOH}]_{\text{éq}} = \frac{C_a \cdot V - x_f}{V} = C_a - \frac{x_f}{V} = C_a - [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}$$

$$Q_{r,\text{éq}} = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}^2}{[\text{C}_2\text{H}_5\text{COOH}]_{\text{éq}}} \Rightarrow \boxed{Q_{r,\text{éq}} = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}^2}{C_a - [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}}$$

-Calcul de valeur de $Q_{r,\text{éq}}$:

On : $[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = 10^{-\text{pH}}$

$$Q_{r, \text{éq}} = \frac{(10^{-\text{pH}})^2}{C_a - 10^{-\text{pH}}} = \frac{10^{-2\text{pH}}}{C_a - 10^{-\text{pH}}}$$

A.N :

$$Q_{r, \text{éq}} = \frac{10^{-2 \times 3,1}}{5 \cdot 10^{-2} - 10^{-3,1}} \Rightarrow \boxed{Q_{r, \text{éq}} = 1,28 \cdot 10^{-5}}$$

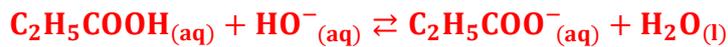
1.4. Déduction de la valeur du pK_A :

On : $K_A = Q_{r, \text{éq}} \Rightarrow \text{pK}_A = -\log K_A = -\log Q_{r, \text{éq}}$

A.N : $\text{pK}_A = -\log(1,28 \cdot 10^{-5}) = 4,89 \Rightarrow \boxed{\text{pK}_A \approx 4,9}$

2-Dosage d'une solution aqueuse d'acide propanoïque :

2.1. Equation de la réaction du dosage :



2.2. Détermination graphique de V_{bE} :

$$\boxed{V_{\text{bE}} = 20 \text{ mL}}$$

2.3. Vérification de la valeur de C_a :

La relation d'équivalence : $C_a \cdot V_a = C_b \cdot V_{\text{bE}}$

$$C_a = \frac{C_b \cdot V_{\text{bE}}}{V_a}$$

A.N : $C_a = \frac{5 \cdot 10^{-2} \times 20 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-3}} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

2.4. Détermination de la masse m :

$$C_0 = \frac{m}{M \cdot V} \Rightarrow m = C_0 \cdot M \cdot V$$

La solution S_0 de concentration C_0 a été diluée 10 fois pour obtenir une solution S_a de concentration C_a .

$$\frac{C_0}{C_a} = 10 \Rightarrow C_0 = 10 C_a$$

$$m = C_0 \cdot M \cdot V \Rightarrow \boxed{m = 10 C_a \cdot M \cdot V}$$

A.N :

$$m = 10 \times 5 \cdot 10^{-2} \times 74 \times 1 \Rightarrow \boxed{m = 37 \text{ g}}$$

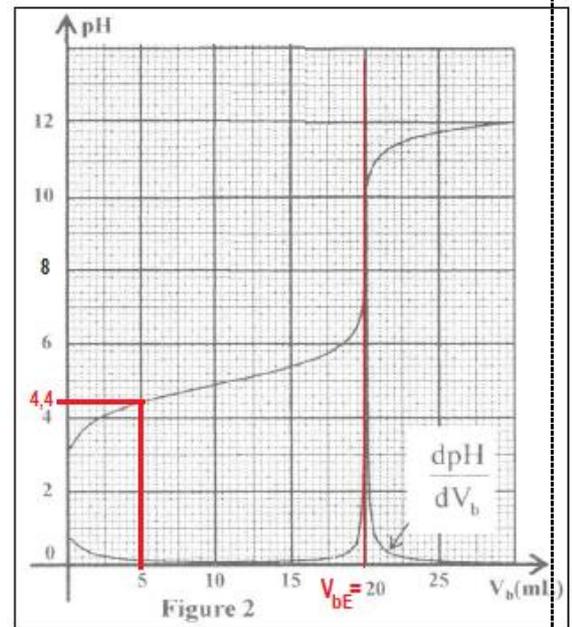
2.5. Le pourcentage de la forme acide dans le mélange :

Graphiquement (figure 2) pour $V_b = 5 \text{ mL}$; on a : $\text{pH} = 4,4$

$$\text{pH} = \text{pK}_A + \log \frac{[\text{C}_2\text{H}_5\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{C}_2\text{H}_5\text{COOH}]_{\text{éq}}} \Rightarrow \log \frac{[\text{C}_2\text{H}_5\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{C}_2\text{H}_5\text{COOH}]_{\text{éq}}} = \text{pH} - \text{pK}_A \Rightarrow \frac{[\text{C}_2\text{H}_5\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{C}_2\text{H}_5\text{COOH}]_{\text{éq}}} = 10^{\text{pH} - \text{pK}_A}$$

$$\% (\text{C}_2\text{H}_5\text{COOH}) = \frac{[\text{C}_2\text{H}_5\text{COOH}]_{\text{éq}}}{[\text{C}_2\text{H}_5\text{COOH}]_{\text{éq}} + [\text{C}_2\text{H}_5\text{COO}^-]_{\text{éq}}} = \frac{1}{1 + \frac{[\text{C}_2\text{H}_5\text{COO}^-]_{\text{éq}}}{[\text{C}_2\text{H}_5\text{COOH}]_{\text{éq}}}}$$

$$\boxed{\% (\text{C}_2\text{H}_5\text{COOH}) = \frac{1}{1 + 10^{\text{pH} - \text{pK}_A}}}$$



A.N : $\% (\text{C}_2\text{H}_5\text{COOH}) = \frac{1}{1+10^{4,4-4,9}} = 0,7597 \Rightarrow \boxed{\% (\text{C}_2\text{H}_5\text{COOH}) \approx 76 \%}$

www.svt-assilah.com

Exercice 2 :

Partie 1 :

1.

1.1. L'onde sonore est une onde transversale : **Faux**

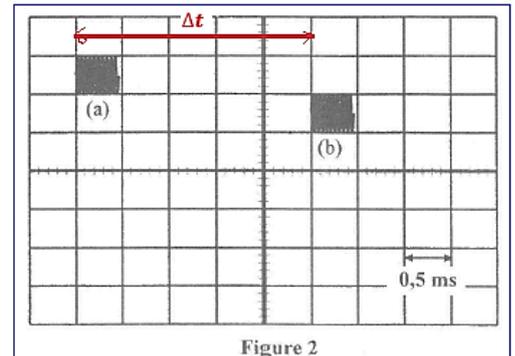
1.2. L'onde sonore ne se propage pas dans le vide : **Vrai**

2. La durée Δt :

D'après la figure 2 on a : $\Delta t = 5 \times 0,5 \text{ ms} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 2,5 \text{ ms}}$

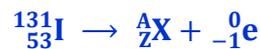
3. La célérité v :

$v = \frac{L}{\Delta t}$ A.N: $v = \frac{85 \cdot 10^{-2}}{2,5 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \boxed{v = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$



Partie 2 :

1. L'équation de désintégration de l'iode 131 :



Loi de Soddy :

$$\begin{cases} 131 = A + 0 \\ 53 = Z - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 131 \\ Z = 53 + 1 = 54 \end{cases}$$

Le noyau produit est le Xénon : ${}^A_Z\text{X} = {}^{131}_{54}\text{Xe}$

L'équation de désintégration de l'iode 131 s'écrit :



2. L'énergie libérée $|\Delta E|$:

$$\begin{aligned} \Delta E &= [m({}^{131}_{54}\text{Xe}) + m({}^0_{-1}\text{e}) - m({}^{131}_{53}\text{I})] \cdot c^2 \\ \Delta E &= (130,905082 + 5,48580 \cdot 10^{-4} - 130,906125) \text{u} \cdot c^2 \\ \Delta E &= -4,9442 \cdot 10^{-4} \times 931,5 \text{ MeV} \cdot c^{-2} \cdot c^2 = -0,46055223 \text{ MeV} \end{aligned}$$

$\boxed{|\Delta E| \approx 0,46055 \text{ MeV}}$

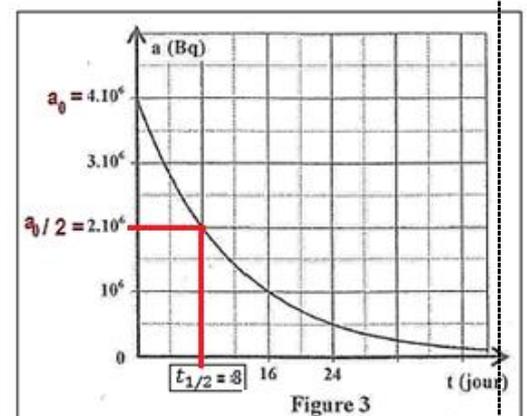
3.

3.1. Détermination graphique de $t_{1/2}$:

A l'instant $t_{1/2}$ on a : $a(t_{1/2}) = \frac{a_0}{2} = 2 \cdot 10^6 \text{ Bq}$

D'après la figure 3 on trouve :

$\boxed{t_{1/2} = 8 \text{ jours}}$



3.2. Le nombre N_0 :

$$a_0 = \lambda \cdot N_0$$

Avec :

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

$$a_0 = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot N_0 \Rightarrow \ln 2 \cdot N_0 = a_0 \cdot t_{1/2} \Rightarrow \boxed{N_0 = \frac{a_0 \cdot t_{1/2}}{\ln 2}}$$

A.N :
$$N_0 = \frac{4 \cdot 10^6 \times 8 \times 24 \times 3600}{\ln 2} = 3,989 \cdot 10^{12} \Rightarrow \boxed{N_0 \approx 3,99 \cdot 10^{12}}$$

3.3. L'instant t_1 :

A l'instant t_1 on a 95% des noyaux d'iode 131 sont désintégrés, il reste 5% des noyaux ; $N(t_1) = \frac{5}{100} \cdot N_0 = 0,05 N_0 \Rightarrow \frac{N(t_1)}{N_0} = 0,05$

D'après la loi de décroissance nucléaire : $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

$$N(t_1) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t_1} \Rightarrow \frac{N(t_1)}{N_0} = e^{-\lambda \cdot t_1} \Rightarrow \ln\left(\frac{N(t_1)}{N_0}\right) = -\lambda \cdot t_1$$

$$\ln\left(\frac{N(t_1)}{N_0}\right) = -\frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot t_1 \Rightarrow \boxed{t_1 = -\frac{t_{1/2}}{\ln 2} \cdot \ln\left(\frac{N(t_1)}{N_0}\right)}$$

A.N :
$$t_1 = -\frac{8}{\ln 2} \cdot \ln(0,05) \Rightarrow \boxed{t_1 = 34,575 \text{ jours}}$$

www.svt-assilah.com

Exercice 3 :

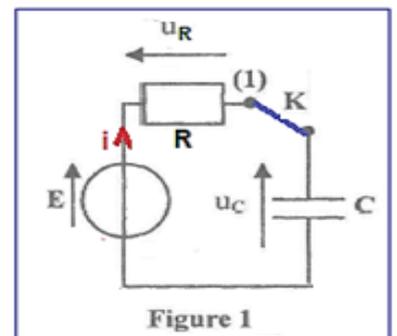
1. Réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension

1.1. Vérification de l'équation différentielle :

D'après la loi d'additivité des tensions : $u_R + u_C = E$

D'après la loi d'ohm : $u_R = R \cdot i$ avec : $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C \cdot u_C)}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt}$

$$RC \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = E \Rightarrow \boxed{\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C = \frac{E}{RC}}$$



1.2.1. L'expression de $i(t)$:

$$i(t) = C \cdot \frac{du_C}{dt} = C \cdot \frac{d\left[E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)\right]}{dt} = \frac{C \cdot E}{R \cdot C} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow \boxed{i(t) = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}}$$

1.2.2. La valeur de R :

$$i(0) = \frac{E}{R} \cdot e^0 = \frac{E}{R} \Rightarrow R = \frac{E}{i(0)}$$

D'après la figure 2 - la valeur de l'intensité du courant $t = 0$ est : $i(0) = 12 \text{ mA}$

- En régime permanent la valeur de la tension est : $u_C = E = 12 \text{ V}$

A.N :
$$R = \frac{12}{12 \cdot 10^{-3}} = 10^3 \Omega \Rightarrow \boxed{R = 1 \text{ k}\Omega}$$

1.2.3. La valeur de C :

Graphiquement la constante de temps : $\tau = 50 \text{ ms}$

$$\tau = R.C \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} \quad \text{A.N:} \quad C = \frac{50.10^{-3}}{10^3} = 50.10^{-6} \text{ F} \Rightarrow \boxed{C = 50 \mu\text{F}}$$

2. Oscillation libres dans un circuit RLC série

2.1. Premier cas : (r = 0)

2.1.1. L'équation différentielle :

D'après la loi d'additivité des tensions : $u_L + u_C = 0$

D'après la loi d'ohm : $u_L = L \frac{di}{dt}$ avec :

$$i = C. \frac{du_C}{dt} \text{ et } \frac{di}{dt} = \frac{d}{dt} \left(C. \frac{du_C}{dt} \right) = C. \frac{d}{dt} \left(\frac{du_C}{dt} \right) = \frac{d^2 u_C}{dt^2}$$

$$L \frac{di}{dt} + u_C = 0 \Rightarrow LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot u_C = 0}$$

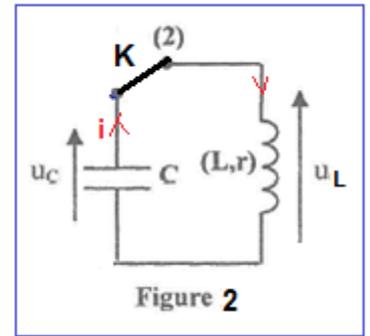


Figure 2

2.1.2. La courbe qui représente la tension $u_C(t)$:

Dans le circuit idéal LC les oscillations libres sont périodiques.

A $t = 0$; le condensateur est totalement chargé $u_C(0) = E = 12 \text{ V}$; sachant que ($r=0$) l'amplitude des oscillations reste constante, donc la courbe qui représente l'évolution de la tension $u_C(t)$ est (C_1).

2.1.3.a. L'expression de T_0 en fonction de L et C :

$$u_C(t) = U_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right) \Rightarrow \frac{du_C}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0} \cdot U_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right) \Rightarrow \frac{d^2 u_C}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 U_0 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 u_C(t)$$

On remplace l'expression de $\frac{d^2 u_C}{dt^2}$ dans $\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot u_C = 0$

$$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 u_C(t) + \frac{1}{LC} \cdot u_C(t) = 0 \Rightarrow \left[-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{1}{LC}\right] \cdot u_C(t) = 0 \Rightarrow -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{1}{LC} = 0$$

$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \frac{2\pi}{T_0} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow \frac{T_0}{2\pi} = \sqrt{LC} \Rightarrow \boxed{T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{LC}}$$

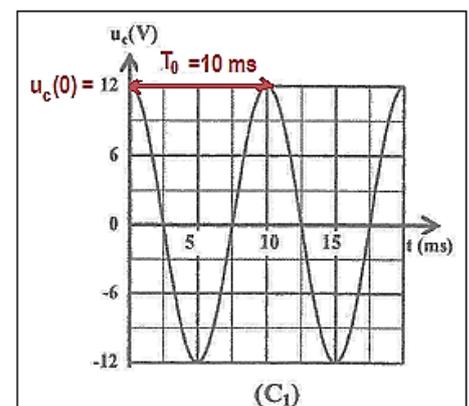
2.1.3.b. La valeur de L :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{L.C} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 L.C \Rightarrow L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C}$$

D'après la courbe (C_1) la période propre est : $T_0 = 10 \text{ ms}$

$$\text{A.N :} \quad L = \frac{(10.10^{-3})^2}{4 \times 10 \times 50.10^{-6}} \Rightarrow \boxed{L = 0,05 \text{ H}}$$

2.2. Deuxième cas : (r ≠ 0)



2.2.1. L'expression de l'énergie totale E_t :

$$E_t = E_e + E_m \Rightarrow E_t = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2(t) + \frac{1}{2} L \cdot i^2(t)$$

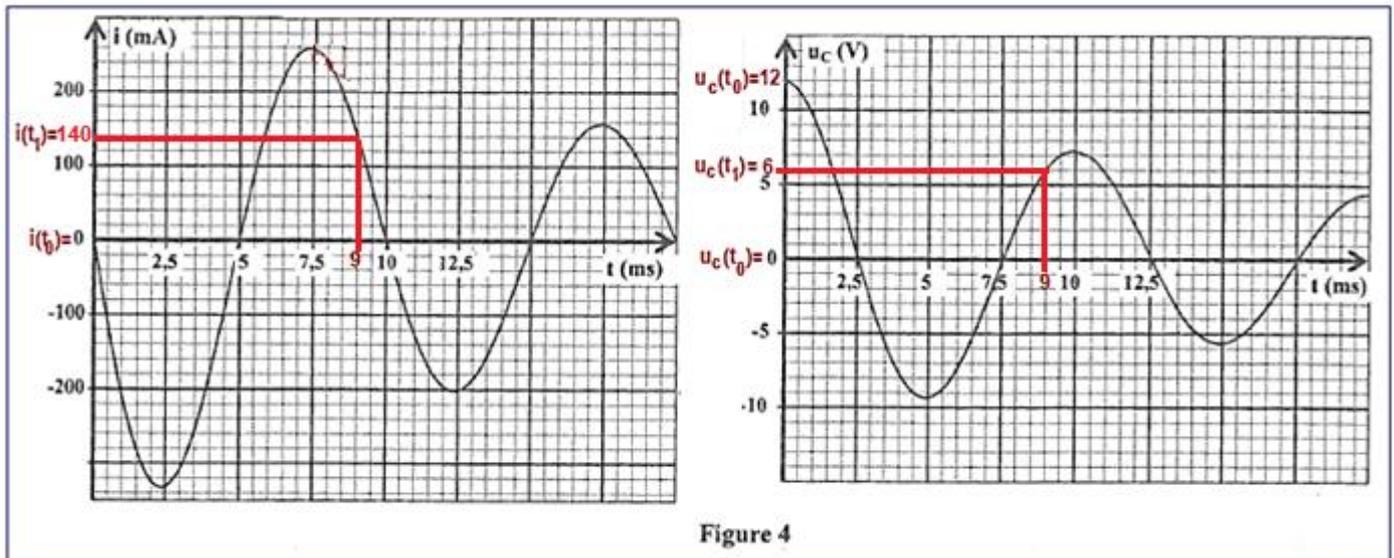
2.2.2. L'énergie dissipée ΔE :

A $t_0 = 0$ d'après la courbe de la figure 4, on a : $u_C(t_0) = 12 \text{ V}$ et $i(t_0) = 0$

$$E_0 = E_e(t_0) + E_m(t_0) = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2(t_0) + \frac{1}{2} L \cdot i^2(t_0)$$

$$E_0 = \frac{1}{2} \times 50 \cdot 10^{-6} \times 12^2 + \frac{1}{2} \times 0,05 \times 0^2$$

$$E_0 = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$



A $t_1 = 9 \text{ ms}$ d'après la courbe de la même figure, on a : $u_C(t_1) = 6 \text{ V}$ et $i(t_1) = 140 \text{ mA}$

$$E_1 = E_e(t_1) + E_m(t_1) = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2(t_1) + \frac{1}{2} L \cdot i^2(t_1)$$

$$E_1 = \frac{1}{2} \times 50 \cdot 10^{-6} \times 6^2 + \frac{1}{2} \times 0,05 \times (140 \cdot 10^{-3})^2$$

$$E_1 = 1,39 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

$$\Delta E = E_1 - E_0 \Rightarrow \Delta E = 1,39 \cdot 10^{-3} - 3,6 \cdot 10^{-3} = -2,21 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

$$\Delta E = -2,21 \text{ mJ}$$

www.svt-assilah.com

www.svt-assilah.com

Exercice 4

Partie 1 : Etude de la chute d'une bille dans un liquide visqueux

1. Le régime correspondant à chaque zone :

Zone 1 → régime initial

Zone 2 → régime permanent

2. L'équation différentielle :

Le système étudié : {la bille }

Bilan des forces :

\vec{P} : poids du solide ;

\vec{F}_a : la poussée d'Archimède ;

\vec{f} : la force de frottement fluide ;

Application de la deuxième loi de Newton :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{F}_a + \vec{f} = m \cdot \vec{a}_G$$

Projection sur l'axe $(0, \vec{k})$:

$$P_z + F_z + R_z = m \cdot a_z \Leftrightarrow P - F_A - f = m \cdot a_G$$

$$m \cdot g - \rho_r \cdot V \cdot g - k \cdot v = m \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = g \left(1 - \frac{\rho_r \cdot V}{m} \right) \Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = g \left(1 - \frac{\rho_r \cdot V}{\rho_a \cdot V} \right) \Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = g \left(1 - \frac{\rho_r}{\rho_a} \right)$$

On pose: $\frac{1}{\tau} = \frac{k}{m} \Rightarrow \tau = \frac{m}{k}$ L'équation différentielle s'écrit :

$$\boxed{\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau} v = g \left(1 - \frac{\rho_r}{\rho_a} \right)}$$

3.1. La valeur de τ :

D'après la figure 2 on a : $\tau = 0,1 \text{ s}$

-Dédution de la valeur de k :

$$\tau = \frac{m}{k} \Rightarrow k = \frac{m}{\tau} \quad \text{A. N:} \quad k = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{0,1} \Rightarrow \boxed{k = 0,1 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}}$$

3.2. La valeur de V_ℓ :

D'après la courbe 2, on a : $\boxed{V_\ell = 0,88 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$

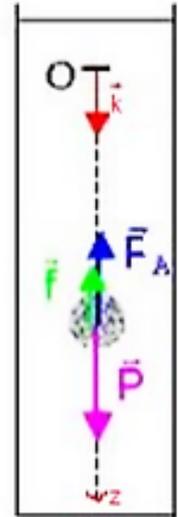
4. L'expression de ρ_r :

En régime permanent on a : $v = v_\ell = \text{Cte} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0$ l'équation différentielle s'écrit :

$$\frac{1}{\tau} v_\ell = g \left(1 - \frac{\rho_r}{\rho_a} \right) \Rightarrow \frac{v_\ell}{\tau \cdot g} = 1 - \frac{\rho_r}{\rho_a} \Rightarrow \frac{\rho_r}{\rho_a} = 1 - \frac{v_\ell}{\tau \cdot g} \Rightarrow \rho_r = \rho_a \left(1 - \frac{v_\ell}{\tau \cdot g} \right)$$

-Calcul de la valeur de ρ_r :

$$\rho_r = 7,8 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} \times \left(1 - \frac{0,88 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{0,1 \text{ s} \times 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} \right) = 0,936 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} \Rightarrow \boxed{\rho_r \approx 0,94 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}}$$



Partie 2 : Etude du mouvement d'un satellite artificiel

1.1. L'expression de l'intensité de la force gravitationnelle : B

$$F_{T/S} = G \cdot \frac{M_T \cdot m_S}{(R_T + h_1)^2}$$

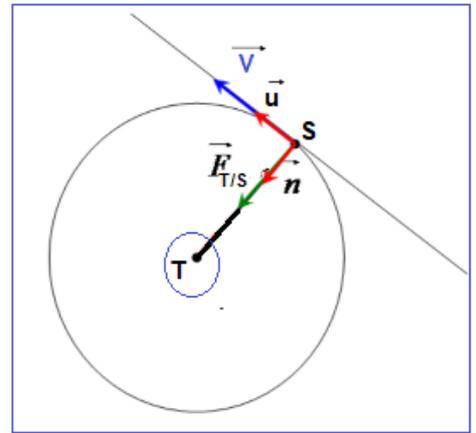
1.2. L'expression de la vitesse v :

Le système étudié : {le satellite S}

Bilan des forces :

$\vec{F}_{T/S}$: la force de gravitation exercée par la Terre ;

Application de la deuxième loi de Newton dans le référentielle géocentrique :



$$\vec{F}_{T/S} = m_S \cdot \vec{a}_S \Rightarrow G \cdot \frac{M_T \cdot m_S}{(R_T + h_1)^2} \vec{n} = m_S \cdot \vec{a}_S \Rightarrow \vec{a}_S = \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h_1)^2} \vec{n}$$

Dans le référentielle de Fresnel on a : $\vec{a}_S = a_T \cdot \vec{u} + a_N \cdot \vec{n} = \frac{dv}{dt} \cdot \vec{u} + \frac{v^2}{R_T + h_1} \cdot \vec{n}$

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = 0 \\ \frac{G \cdot M_T}{(R_T + h_1)^2} = \frac{v^2}{R_T + h_1} \end{cases}$$

$$v^2 = \frac{G \cdot M_T}{R_T + h_1} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h_1}}$$

1.3. Vérification de la période T_1 :

$$v = (R_T + h_1) \cdot \omega \Rightarrow v = \frac{2\pi}{T_1} \cdot (R_T + h_1) \Rightarrow T_1 = \frac{2\pi(R_T + h_1)}{v}$$

$$2\pi(R_T + h_1) \cdot \sqrt{\frac{R_T + h_1}{G \cdot M_T}} \Rightarrow T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + h_1)^3}{G \cdot M_T}}$$

A.N : $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{(6380 \cdot 10^3 + 1000 \cdot 10^3)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \times 5,97 \cdot 10^{24}}} = 6312,69 \text{ s} \Rightarrow T_1 \approx 1,75 \text{ h}$

2. Détermination de l'altitude h_2 :

D'après la 3^{ème} loi de Kepler : $\frac{T^2}{r^3} = cte$ avec r la trajectoire du rayon circulaire.

$$\frac{T_2^2}{(R_T + h_2)^3} = \frac{T_1^2}{(R_T + h_1)^3}$$

$$\frac{(R_T + h_2)^3}{T_2^2} = \frac{(R_T + h_1)^3}{T_1^2}$$

$$(R_T + h_2)^3 = \frac{T_2^2}{T_1^2} \cdot (R_T + h_1)^3$$

$$R_T + h_2 = \sqrt[3]{\frac{T_2^2}{T_1^2} \cdot (R_T + h_1)^3}$$

$$R_T + h_2 = (R_T + h_1) \times \sqrt[3]{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2}$$

$$h_2 = (R_T + h_1) \times \sqrt[3]{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2} - R_T$$

$$h_2 = (6380 + 1000)km \times \sqrt[3]{\left(\frac{24h}{1,75h}\right)^2} - 6380 km \Rightarrow \boxed{h_2 = 35903,59 km}$$

www.svt-assilah.com

www.svt-assilah.com