النقطة النهائية	
بالحروف	بالأرقام
عشرون على عشرون	20,00 / 20

امتحان البكالوريا

المـادة : الرياضيات

الشعبة أو المسلك :

33784

اسم المصحح (ة) وتوقيعه (ها): مسوالحبيب

ورقة $\frac{1}{4}$ صفحة 1/1

التمرين 1 :

1) - أ - لنحل في $\mathbb{R}$ المعادلة $e^{2x}-4e^{x}+3=0$

لتكن D_E مجموعة تعريف المعادلة $e^{2x}-4e^{x}+3=0$.

$x\in D_E \Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$

$D_E=\mathbb{R}$

لتكن S_E مجموعة حلول المعادلة $e^{2x}-4e^{x}+3=0$.

$x\in S_E \Rightarrow e^{2x}-4e^{x}+3=0$

$\Rightarrow (e^{x})^2-4e^{x}+3=0$

$\Rightarrow t^2-4t+3=0$ نضع $e^{x}=t$

لدينا $a=1$ و $b=-4$ و $c=3$

نحسب Δ : $\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4\times1\times3=16-12$

$\Delta=4$

بما أن $\Delta>0$ فإن المعادلة $t^2-4t+3=0$ تقبل حلين حقيقيين هما:

$t_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{4+\sqrt{4}}{2}=\frac{4+2}{2}=\frac{6}{2}=3$

$t_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{4-\sqrt{4}}{2}=\frac{4-2}{2}=\frac{2}{2}=1$ 0,5

ومنه

$\Rightarrow t=1$ او $t=3$

$\Rightarrow e^{x}=1$ او $e^{x}=3$

$\Rightarrow \ln(e^{x})=\ln(1)$ او $\ln(e^{x})=\ln(3)$

$\Rightarrow x=0\in D_E$ او $x=\ln3\in D_E$

اذن مجموعة حلول المعادلة $e^{2x}-4e^{x}+3=0$ هي:

$S=\{0;\ln3\}$

ب - لنحل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $e^{2x}-4e^{x}+3\leq0$

لتكن D_I مجموعة تعريف المتراجحة $e^{2x}-4e^{x}+3\leq0$

$x\in D_I \Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$

$D_I=\mathbb{R}$

النقط الجزئية
مجموع نقط الصفحة

النقط الجزئية

لتكن S_I مجموعة حلول المتراجحة : $e^{2x}-4e^x+3\leq 0$

$$x\in S_I \Rightarrow e^{2x}-4e^x+3\leq 0$$
$$\Rightarrow (e^x)^2-4e^x+3\leq 0$$
$$\Rightarrow t^2-4t+3\leq 0 \qquad t=e^x \text{ نضع}$$
$$\Rightarrow (t-1)(t-3)\leq 0$$
$$\Rightarrow (e^x-1).(e^x-3)\leq 0$$

$$e^x-1\geq 0 \Leftrightarrow e^x\geq 1$$
$$\Leftrightarrow \ln(e^x)\geq \ln(1)$$
$$\Leftrightarrow x\geq 0$$

لنرسم جدول اشارة جداء $(e^x-1)(e^x-3)\leq 0$:

$$e^x-3\geq 0 \Leftrightarrow e^x\geq 3$$
$$\Leftrightarrow \ln(e^x)\geq \ln(3)$$
$$\Leftrightarrow x\geq \ln(3)$$

x	$-\infty$		0		$\ln 3$		$+\infty$
e^x-1		$-$	0	$+$		$+$	
e^x-3		$-$		$-$	0	$+$	
$(e^x-1)(e^x-3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

إذن مجموعة حلول المتراجحة $e^{2x}-4e^x+3\leq 0$ هي

$$S_I=[0;\ln 3]\cap\mathbb{R}$$
$$S_I=[0;\ln 3]$$

0,5

2)

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-4e^x+3}{e^{2x}-1}=\lim_{x\to 0}\frac{(e^x-1)(e^x-3)}{(e^x)^2-1^2}=\lim_{x\to 0}\frac{(e^x-1)(e^x-3)}{(e^x-1)(e^x+1)}$$
$$=\lim_{x\to 0}\frac{e^x-3}{e^x+1}$$
$$=\frac{e^0-3}{e^0+1}$$
$$=\frac{1-3}{1+1}=\frac{-2}{2}$$

0,5

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-4e^x+3}{e^{2x}-1}=-1$$

مجموع نقط الصفحة

2/ برهان :

- الدالة $x \mapsto e^{2x} + e^{x} + 4x$ متصلة على $\mathbb{R}$ وبالخصوص على المجال $[-1;0]$ كمجموع دوال متصلة على هذا المجال. ①

0,5

$$\begin{cases} e^{2\times 0} + e^{0} + 4\times 0 = 1 + 1 = 2 > 0 \\ e^{-2} + e^{-1} - 4 < 0 \end{cases}$$

② $(e^{2\times 0} + e^{0} + 4\times 0)(e^{-2} + e^{-1} - 4) < 0$

من ① و ② المعادلة $e^{2x} + e^{x} + 4x = 0$ تقبل حلا على المجال $[-1;0]$ حسب مبرهنة القيم الوسطية

التمرين الثاني 2:

① -

$$u_1 = u_{0+1} = \frac{u_0}{3 - 2u_0} = \frac{\frac{1}{2}}{3 - 2\times\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{3 - 1}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}}{2}$$

0,25

$$\boxed{u_1 = \frac{1}{4}}$$

② - من اجل $n = 0$ لدينا $u_0 = \frac{1}{2}$ و $0 < \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}$ ومنه $0 < u_0 \leq \frac{1}{2}$

اذا الخاصية صحيحة من اجل $n = 0$.

- ليكن n من $\mathbb{N}$، لنفترض ان $0 < u_n \leq \frac{1}{2}$

- لنبين ان $0 < u_{n+1} \leq \frac{1}{2}$

- لدينا $u_{n+1} = \frac{u_n}{3 - 2u_n}$ ولدينا حسب الافتراض

$u_n > 0$.

. $u_n \leq \frac{1}{2} \Rightarrow 2u_n \leq 1 \Rightarrow -2u_n \geq -1 \Rightarrow 3 - 2u_n \geq 2 > 0$

$\Rightarrow 3 - 2u_n > 0$

ومنه

$$\frac{u_n}{3 - 2u_n} > 0 \Rightarrow \boxed{u_{n+1} > 0} \quad ①$$

0,5

ولدينا

$$u_{n+1} - \frac{1}{2} = \frac{u_n}{3 - 2u_n} - \frac{1}{2} = \frac{2u_n - (3 - 2u_n)}{2(3 - 2u_n)}$$

$$= \frac{2u_n - 3 + 2u_n}{2(3 - 2u_n)}$$

$$= \frac{4u_n - 3}{2(3 - 2u_n)}$$

لدينا حسب الافتراض

$u_n \leq \frac{1}{2} \Rightarrow 4u_n \leq 2 \Rightarrow 4u_n - 3 \leq -1 < 0 \Rightarrow 4u_n - 3 < 0$

NOTE DEFINITIVE	
EN CHIFFRES	EN LETTRES
20	sur vingt

EXAMEN DU BACCALAURÉAT

SÉRIE / OPTION :

MATIERE :

NOM DE CORRECTEUR ET SIGNATURE :

النقط الجزئية

$u_n \le \frac{1}{2} \Rightarrow 2u_n \le 1 \Rightarrow -2u_n \ge -1 \Rightarrow 3-2u_n \ge 1 > 0 \Rightarrow 3-2u_n > 0$

$\Rightarrow 2(3-2u_n) > 0$

ومنه $\frac{4u_n-3}{2(3-2u_n)} \le 0 \Rightarrow u_{n+1} - \frac{1}{2} \le 0 \Rightarrow u_{n+1} \le \frac{1}{2}$ (2)

ومنه من (1) و (2) نستنتج ان $0 < u_{n+1} \le \frac{1}{2}$

اذن حسب مبدأ البرهان بالتراجع   صفحة 4/1

$\forall n \in \mathbb{N};\ 0 < u_n \le \frac{1}{2}$

3/أ- $\frac{u_{n+1}}{u_n} - \frac{1}{2} = \frac{\frac{u_n}{3-2u_n}}{u_n} - \frac{1}{2} = \frac{1}{3-2u_n} - \frac{1}{2}$

ولدينا حسب نتيجة السؤال السابق

$\forall n \in \mathbb{N};\ u_n \le \frac{1}{2} \Rightarrow -2u_n \ge -1 \Rightarrow 3-2u_n \ge 2 \Rightarrow \frac{1}{3-2u_n} \le \frac{1}{2}$

0,5

$\Rightarrow \frac{1}{3-2u_n} - \frac{1}{2} \le 0$

$\Rightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} - \frac{1}{2} \le 0$

$\Rightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} \le \frac{1}{2}$

اذن $\forall n \in \mathbb{N};\ \frac{u_{n+1}}{u_n} \le \frac{1}{2}$

ب) لدينا حسب نتيجة السؤال السابق

~~$\forall n \in \mathbb{N};\ u$~~

$\forall n \in \mathbb{N};\ \frac{u_{n+1}}{u_n} \le \frac{1}{2} < 1 \Rightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} < 1 \Rightarrow u_{n+1} < u_n$

$\Rightarrow u_{n+1} < u_n$ لأن $\forall n \in \mathbb{N}, u_n > 0$

0,5

اذن $\forall n \in \mathbb{N};\ u_{n+1} < u_n$

اذن المتتالية (u_n) تناقصية

4/أ- لنبين ان $0 < u_n \le \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ لدينا حسب نتيجة سؤال 2 $\forall n \in \mathbb{N};\ u_n > 0$ (1)

لنبين بالتراجع ان $u_n \le \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$

- من اجل $n=0$ لدينا $u_0 = \frac{1}{2}$ و $\frac{1}{2} \le \frac{1}{2}$ ومنه $u_0 \le \left(\frac{1}{2}\right)^{1+0}$

- اذن الخاصية صحيحة من اجل $n=0$

- ليكن n من $\mathbb{N}$، لنفترض ان $u_n \le \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$

- لنبين ان $u_{n+1} \le \left(\frac{1}{2}\right)^{n+2}$ ، لدينا حسب الافتراض

$u_n \le \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \Rightarrow \frac{1}{2}u_n \le \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \Rightarrow \frac{1}{2}u_n \le \left(\frac{1}{2}\right)^{n+2}$

ولدينا حسب نتيجة السؤال 3-أ

مجموع نقط الصفحة

الشعبة أو المسلك :

20 على عشرون

اسم المصحح (ة) وتوقيعه (ها):

النقط الجزئية

لأن $(0<u_n)$ ... $\frac{u_{n+1}}{u_n} < \frac{1}{2}$ ... $\Rightarrow u_{n+1} < \frac{1}{2}u_n$

ورقة 2

ومنه $u_{n+1} < \frac{1}{2}u_n \le \left(\frac{1}{2}\right)^{n+2}$

أي $u_{n+1} < \left(\frac{1}{2}\right)^{n+2}$ ، ومنه حسب مبدأ

البرهان بالترجع ② $\forall n\in\mathbb{N};\ u_n \le \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$

إذن من ① و ② نستنتج $\forall n\in\mathbb{N};\ 0<u_n\le\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$

0,75

لنستنتج نهاية المتتالية (u_n)

صفحة 1

لدينا حسب ما سبق $\forall n\in\mathbb{N};\ 0<u_n\le\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \Rightarrow 0<u_n\le\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n$

لدينا $\lim_{n\to+\infty} 0 = 0$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{2}\times 0 = 0$

لأن $-1<\frac{1}{2}<1 \Rightarrow \lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$

إذن حسب مصاديق التقارب

$\lim_{n\to+\infty} u_n = 0$

ب) $\lim_{n\to+\infty} v_n = \lim_{n\to+\infty} \ln(3-2u_n) = \ln(3-2\times 0)$

$\lim_{n\to+\infty} v_n = \ln(3)$

لأن $\begin{cases} \lim_{n\to+\infty} u_n = 0 \\ \text{الدالة } \ln \text{ متصلة على }]0;+\infty[\text{ وبالخصوص في } 3. \end{cases}$

0,5

5) أ- $\frac{1}{u_{n+1}} - 1 = \frac{1}{\frac{u_n}{3-2u_n}} - 1 = \frac{3-2u_n}{u_n} - 1$

$= \frac{3-2u_n-u_n}{u_n} = \frac{3-3u_n}{u_n} = 3\left(\frac{1-u_n}{u_n}\right)$

0,5

$= 3\left(\frac{1}{u_n} - \frac{u_n}{u_n}\right)$

$\forall n\in\mathbb{N};\ \frac{1}{u_{n+1}} - 1 = 3\left(\frac{1}{u_n} - 1\right)$

ب- لتكن (w_n) متتالية عددية معرفة بما يلي $\forall n\in\mathbb{N};\ w_n=\frac{1}{u_n}-1$

ولدينا $\forall n\in\mathbb{N};\ w_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}} - 1 = 3\left(\frac{1}{u_n} - 1\right)$

$\forall n\in\mathbb{N};\ w_{n+1} = 3w_n$

مجموع نقط الصفحة

ومنه (w_n) متتالية هندسية اساسها $q=3$ و بما أن (w_n) متتالية هندسية اساسها $q=3$ و حدها الاول هو $w_0 = \frac{1}{u_0} - 1 = \frac{1}{\frac{1}{2}} - 1 = 2-1$ ومنه $w_0 = 1$

صفحة $\frac{6}{15}$

$\forall n \in \mathbb{N} ; w_n = w_p \, q^{n-p}$

$= w_0 \cdot q^{n-0}$

$\forall n \in \mathbb{N} ; w_n = 3^n$

0,5

ومنه

$w_n = \frac{1}{u_n} - 1 \Rightarrow \frac{1}{u_n} = w_n + 1 \Rightarrow u_n = \frac{1}{1+w_n}$

$\forall n \in \mathbb{N} ; u_n = \frac{1}{1+3^n}$

التمرين 3 :

1) لنحل في $\mathbb{C}$ مجموعة الاعداد العقدية المعادلة $z^2 - \sqrt{3}z + 1 = 0$

لدينا $a = 1$ و $b = -\sqrt{3}$ و $c = 1$

نحسب Δ : $\Delta = b^2 - 4ac = (-\sqrt{3})^2 - 4 \times 1 \times 1$

$\Delta = -1$

بما أن $\Delta < 0$ فإن المعادلة $z^2 - \sqrt{3}z + 1 = 0$ تقبل حلين كقسين مترافقين هما :

$z_1 = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a} = \frac{\sqrt{3} + i\sqrt{1}}{2} = \frac{\sqrt{3} + i}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} i$

$z_2 = \overline{z_1} = \overline{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} i} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} i$

0,75

اذن مجموعة حلول المعادلة $z^2 - \sqrt{3}z + 1 = 0$ هي

$S = \left\{ \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} i ; \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} i \right\}$

2/ أ- لدينا $a = e^{i\frac{\pi}{6}} = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$

$a = \frac{\sqrt{3}}{2} + i \cdot \frac{1}{2}$

0,25

ب $\bar{a} \cdot b = \overline{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}\right)} \left(\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} i\right)\left(\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$= \frac{3\sqrt{3}}{4} + \frac{3}{4} i - \frac{3}{4} i - \frac{\sqrt{3}}{4} i^2$

0,5

$= \frac{3\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{4\sqrt{3}}{4}$

$\bar{a}\, b = \sqrt{3}$

النقط الجزئية

مجموع نقط الصفحة

$Z_{\vec{OB}} = Z_B - Z_O = b - 0 = b = \frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

$Z_{\vec{OA}} = Z_A - Z_O = a - 0 = a = \frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}$

صفحة 7/15

لدينا

$\frac{Z_{\vec{OB}}}{Z_{\vec{OA}}} = \frac{b}{a} = \frac{b\bar{a}}{a\bar{a}} = \frac{\sqrt{3}}{|a|^2} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$

ومنه

$\frac{Z_{\vec{OB}}}{Z_{\vec{OA}}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow Z_{\vec{OB}} = \sqrt{3}\, Z_{\vec{OA}}$

$\Leftrightarrow Z_B - Z_O = \sqrt{3}(Z_A - Z_O)$

$\Leftrightarrow Z_B = \sqrt{3}(Z_A - Z_O) + Z_O$

$\Leftrightarrow h(A) = B$

0,5

اذن B هي صورة النقطة A بتحاكي h الذي مركزه O ونسبته $k = \sqrt{3}$

4/ أ- ليكن z لحق النقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة النقطة M بالدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$

$R(M) = M' \Leftrightarrow AM = AM'$ و $(\vec{AM}, \vec{AM'}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

$\Leftrightarrow |z - z_A| = |z' - z_A|$ و $\arg\left(\frac{z' - z_A}{z - z_A}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

$\Leftrightarrow \frac{|z' - z_A|}{|z - z_A|} = 1$ و $\arg\left(\frac{z' - z_A}{z - z_A}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

$\Leftrightarrow \left|\frac{z' - z_A}{z - z_A}\right| = 1$ و $\arg\left(\frac{z' - z_A}{z - z_A}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

$\Leftrightarrow \frac{z' - z_A}{z - z_A} = e^{i\frac{\pi}{2}}$

0,5

$\Leftrightarrow z' - z_A = e^{i\frac{\pi}{2}}(z - z_A)$

$\Leftrightarrow z' = e^{i\frac{\pi}{2}}(z - z_A) + z_A$

$\Leftrightarrow z' = i(z - a) + a$

$\Leftrightarrow z' = iz - ia + a$

$R(M) = M'$ $\Leftrightarrow z' = iz + a(1 - i)$

ب - لدينا حسب السؤال السابق

$R(M) = M' \Leftrightarrow z' = iz + a(1 - i)$

EN CHIFFRES	EN LETTRES
20	sur vingt

BACCALAURÉAT

SÉRIE / OPTION :

MATIERE :

NOM DE CORRECTEUR ET SIGNATURE :

النقط الجزئية

$R(C)=D \iff Z_D = i Z_C + a(1-i)$

$\iff Z_D = i\bar{a} + a(1-i)$

صفحة 8/15

$\iff Z_D = i\bar{a} + a - ia$

$\iff Z_D = a + i\bar{a} - ia$

$\iff Z_D = a + i(\bar{a} - a)$

$\iff Z_D = a - i(a - \bar{a})$

$\iff Z_D = a - 2i\,\mathrm{Im}(a)\,i$

$\iff Z_D = a - 2i^2\,\mathrm{Im}(a)$

$\iff Z_D = a + 2\,\mathrm{Im}(a)$

$\iff Z_D = a + 2 \times \frac{1}{2}$

0,25

$\iff Z_D = a + 1$

$R(C)=D \iff d = a + 1$

ج) .

$Z_{\vec{AD}} = Z_D - Z_A = d - a = a + 1 - a = 1$ (1)

$Z_{\vec{OI}} = Z_I - Z_O = Z_I = 1$ (2)

من (1) و (2) $Z_{\vec{AD}} = Z_{\vec{OI}} \iff \vec{AD} = \vec{OI}$

اذن ADIO رباعي متوازي اضلاع (A)

$OA = |Z_A - Z_O| = |Z_A| = \left|\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right| = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = 1$ (3)

$AD = |Z_D - Z_A| = |d - a| = |a + 1 - a| = 1$ (4)

من (3) و (4)

$OA = AD$: (B)

0,5

من (A) و (B) ADIO معين

5/ أ- نتحقق ان $d - b = \frac{\sqrt{3}-1}{2}(1-i)$

لدينا $d - b = a + 1 - b = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i + 1 - \frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2} + 1 + \frac{1}{2}i - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

مجموع نقط الصفحة

المـادة : ....

الشعبة أو المسلك : ....

20 | على عشرون

اسم المصحح (ة) وتوقيعه (ها): ....

النقط الجزئية

ورقة $\frac{1}{4}$ صفحة $\frac{9}{15}$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} - i\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}-1}{2} - i\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)$$

$$d-b = \frac{\sqrt{3}-1}{2}(1-i)$$

لنستنتج عمدة $d-b$:

$$d-b = \frac{\sqrt{3}-1}{2}(1-i) \Rightarrow \arg(d-b) \equiv \arg\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}(1-i)\right)[2\pi]$$

$$\equiv \arg\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right) + \arg(1-i)[2\pi]$$

0,75

$$\equiv 0 + \arg(1-i)[2\pi]$$

$$\arg(d-b) \equiv \arg(1-i)[2\pi]$$ لدينا $\frac{\sqrt{3}-1}{2} > 0$ لأن

$$|1-i| = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$$

$$1-i = \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)i\right)$$

$$1-i = \sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$$

أي

$$\arg(1-i) \equiv -\frac{\pi}{4}[2\pi]$$

إذن

$$\arg(d-b) \equiv -\frac{\pi}{4}[2\pi]$$

ب) لدينا

$$1-b = 1 - \frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

لدينا

$$|1-b| = \left|-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right| = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 1$$

$$1-b = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} = 1\left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = 1\left(-\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)i\right)$$

0,5

$$= 1\left(\cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right)\right)$$

$$1-b = 1\left(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right)$$

مجموع نقط الصفحة

$(\overrightarrow{BI};\overrightarrow{BD}) \equiv \arg\left(\frac{z_D - z_B}{z_I - z_B}\right) [2\pi]$ (2

$\frac{10}{15}$ صفحة $\equiv \arg\left(\frac{d-b}{1-b}\right) [2\pi]$

$\equiv \arg(d-b) - \arg(1-b) [2\pi]$ 0,5

$\equiv -\frac{\pi}{4} - \frac{4\pi}{3} [2\pi]$

$\overline{(\overrightarrow{BI};\overrightarrow{BD})} \equiv -\frac{19}{12}\pi [2\pi]$ اذن

المسألة:

1/- $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} 2x\ln x - 2x = 2\times 0 - 2\times 0$

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0$

لأن $\begin{cases} \lim_{x\to 0^+} x\ln x = 0 \\ \lim_{x\to 0^+} 2x = 2\times 0 = 0 \end{cases}$ 0,5

وبما أن $f(0) = 0$ ومنه $\lim_{x\to 0^+} f(x) = f(0)$

اذن الدالة f متصلة على اليمين في النقطة 0.

2/- أ- $\lim_{x\to +\infty} f(x) = \lim_{x\to +\infty} 2x\ln x - 2x = \lim_{x\to +\infty} 2x(\ln x - 1)$

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$

لأن $\begin{cases} \lim_{x\to +\infty} 2x = +\infty \\ \lim_{x\to +\infty} \ln x = +\infty \Rightarrow \lim_{x\to +\infty} \ln x - 1 = +\infty \end{cases}$ 0,5

ب- $\lim_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to +\infty} \frac{2x(\ln x - 1)}{x} = \lim_{x\to +\infty} 2(\ln x - 1)$

$\lim_{x\to +\infty} \ln x = +\infty$ ~~لأن~~ اذن $\lim_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ 0,5

بما أن $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ فان (C)

المنحنى الممثل لدالة f يقبل فرع شلجمي اتجاهه محور الاراتيب بجوار $+\infty$

3/- أ- $\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to 0^+} \frac{2x\ln x - 2x}{x} = \lim_{x\to 0^+} \frac{2x(\ln x - 1)}{x}$

$= \lim_{x\to 0^+} 2(\ln x - 1)$ 0,5

$\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ لأن $\lim_{x\to 0^+} \ln x = -\infty$

لدينا $\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{x} = -\infty \Rightarrow \lim_{x\to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = -\infty$

صفحة $\frac{11}{15}$

$\lim_{x \to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = -\infty$

اذن (C) المنحنى الممثل للدالة f يقبل نصف مماس عمودي على اليمين في النقطة O(0,0) موجه نحو الاسفل

2)

~~$\forall x \in]0;+\infty[\; ; f'(x) = (2x\ln x - 2x)'$~~

~~$= 2(x\ln x)' + (-2)'$~~

~~$= 2(x'\ln x + (\ln x)'x) + 0$~~

~~$= 2(\ln x + \frac{x}{x}) + 0$~~

~~$\forall x \in]0;+\infty[\; f'(x) = 2(\ln x + 1)$~~

~~بما أن $2>0$ فإن اشارة $f'(x)$ هي~~

2)

$\forall x \in]0;+\infty[\; ; f'(x) = (2x\ln x - 2x)'$

$= 2(x\ln x)' - 2(x)'$

$= 2(x'\ln x + (\ln x)'x) - 2$

$= 2(\ln x + \frac{x}{x}) - 2$

$= 2(\ln x + 1) - 2$

$= 2\ln x + 2 - 2$

$\forall x \in]0;+\infty[\; f'(x) = 2\ln x$

بما أن $2>0$ فإن اشارة $f'(x)$ هي اشارة $\ln x$

0,5

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

0,5

4) - أ - لنحل في المجال $]0;+\infty[$ المعادلة $f(x)=0$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x\ln x - 2x = 0$

$\Leftrightarrow 2x(\ln x - 1) = 0$

$\Leftrightarrow 2x = 0$ او $\ln x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ او $\ln x = 1$

$\Leftrightarrow$ المعادلة $x=0$ لاتقبل حل في المجال $]0;+\infty[$ لأن $\forall x \in]0;+\infty[\; x>0$ او $e^{\ln x} = e^1$

0,25

$\Leftrightarrow x = e \in]0;+\infty[$

EN CHIFFRES	EN LETTRES
20	sur vingt

EXAMEN DU BACCALAURÉAT

SÉRIE / OPTION : ....

MATIERE : ....

NOM DE CORRECTEUR ET SIGNATURE : ....

النقط الجزئية

$S_1 = \{e\}$ إذن مجموعة حلول المعادلة $f(x)=0$ هي

لنحل في المجال $]0;+\infty[$ المعادلة $f(x)=x$:

$f(x)=x \iff 2x\ln x - 2x = x$

$\iff 2x\ln x - 3x = 0$

$\frac{12}{15}$ صحيح

$\iff x(2\ln x - 3) = 0$

$\iff x = 0$ او $2\ln x - 3 = 0$

0,25

$\iff x=0$ المعادلة و $\ln x = \frac{3}{2}$

لاتقبل حلا على المجال $]0;+\infty[$ لأن

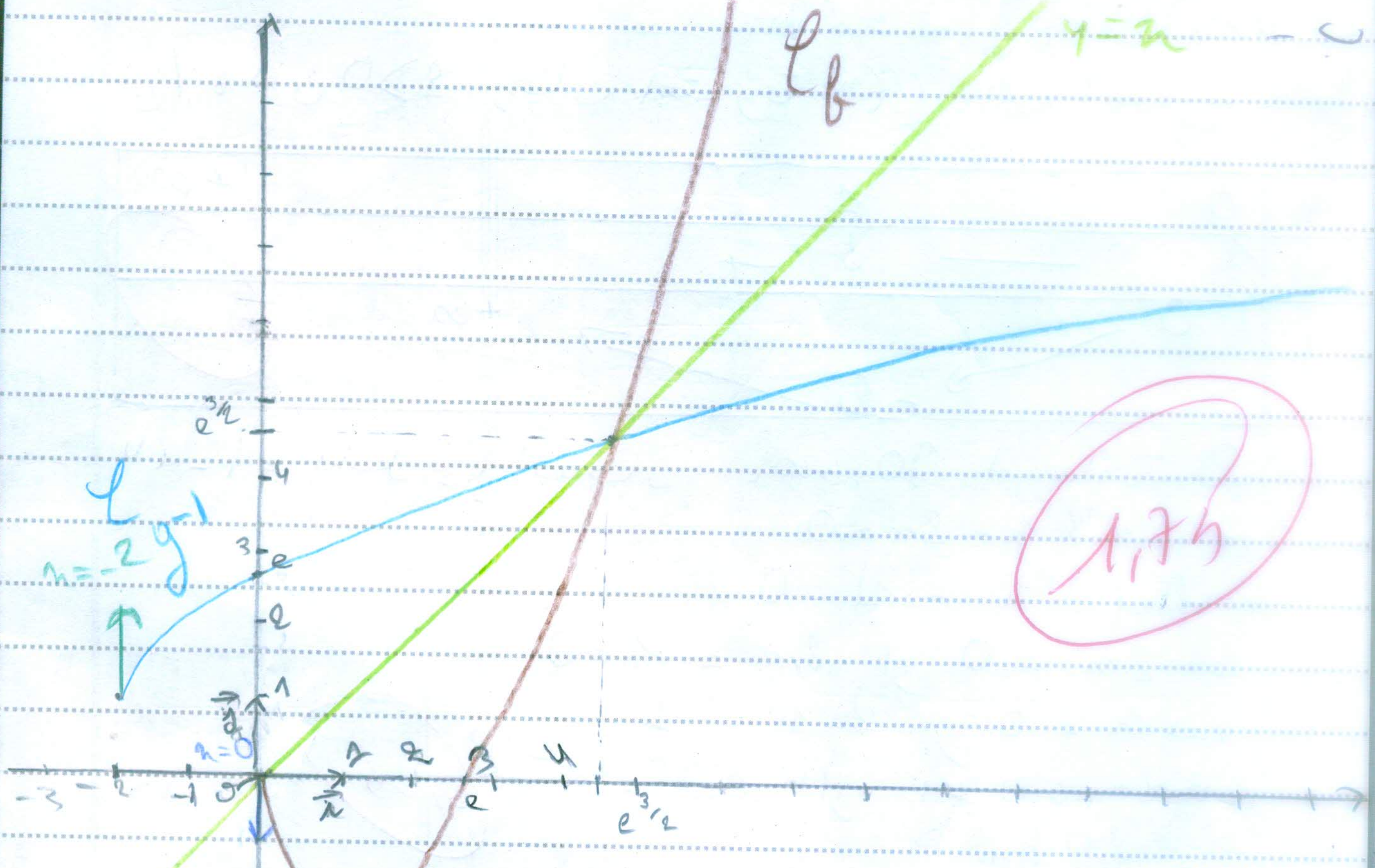
$\forall x \in]0;+\infty[\; (x>0$

$\iff e^{\ln x} = e^{\frac{3}{2}}$

$\iff x = e^{3/2}$

$S_2 = \{e^{3/2}\}$ إذن مجموعة المعادلة $f(x)=x$ هي

ب -



1,75

مجموع نقط الصفحة

بالحروف	بالأرقام
....	
على عشرون	20

المـــادة : ....

الشعبة أو المسلك : ....

اسم المصحح (ة) وتوقيعه (ها): ....

النقط الجزئية

1/5 - نضع أ

$$\begin{cases} u(x) = \frac{x^2}{2} \\ v'(x) = \frac{1}{x} \end{cases} \quad \text{اذن} \quad \begin{cases} u'(x) = x \\ v(x) = \ln x \end{cases}$$

$$\int_1^e x \ln x \, dx = \left[\frac{x^2}{2} \ln x\right]_1^e - \int_1^e \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} \, dx$$

ورقة 4/4

صفحة 13/14

$$= \left[\frac{x^2}{2} \ln x\right]_1^e - \int_1^e \frac{x}{2} \, dx$$

$$= \left[\frac{x^2}{2} \ln x\right]_1^e - \frac{1}{2}\int_1^e x \, dx$$

$$= \left[\frac{x^2}{2} \ln x\right]_1^e - \frac{1}{2}\left[\frac{x^2}{2}\right]_1^e$$

0,5

$$= \frac{e^2}{2}\ln(e) - \frac{1^2}{2}\ln(1) - \frac{1}{2}\left(\frac{e^2}{2} - \frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{e^2}{2} \times 1 - \frac{1}{2} \times 0 - \frac{1}{2}\left(\frac{e^2-1}{2}\right)$$

$$= \frac{e^2}{2} - \frac{e^2-1}{4}$$

$$= \frac{2e^2 - e^2 + 1}{4} = \frac{e^2+1}{4}$$

$$\int_1^e x \ln x \, dx = \frac{1+e^2}{4}$$

ب)

$$\int_1^e f(x) \, dx = \int_1^e 2x \ln x - 2x = \int_1^e 2x \ln x \, dx + \int_1^e -2x \, dx$$

$$= 2\int_1^e x \ln x \, dx - 2\int_1^e x \, dx$$

0,5

$$= 2 \times \frac{e^2+1}{4} - 2\left[\frac{x^2}{2}\right]_1^e$$

$$= \frac{e^2+1}{2} - 2\left(\frac{e^2}{2} - \frac{1^2}{2}\right)$$

$$= \frac{e^2+1}{2} - 2\left(\frac{e^2-1}{2}\right)$$

$$= \frac{e^2+1}{2} - (e^2 - 1)$$

مجموع نقط الصفحة

$= \frac{e^2+1-2(e^2-1)}{2} = \frac{e^2+1-2e^2+2}{2} = \frac{-e^2+3}{2}$

$$\int_1^e f(x)\,dx = -\left(\frac{e^2-3}{2}\right)$$

6/ أ- لدينا من خلال جدول تغيرات الدالة f أعلى في السؤال 3-ج

-2 قيمة دنيا للدالة f على المجال $]0;+\infty[$

0,25

ب- لدينا -2 قيمة دنيا لدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ومنه

$\forall x \in]0;+\infty[\,;\, f(x) \geq -2 \Rightarrow 2x\ln x - 2x \geq -2$

$\Rightarrow 2(x\ln x - x) \geq -2$

$\Rightarrow x\ln x - x \geq -\frac{2}{2}$

$\Rightarrow x\ln x - x \geq -1$

$\Rightarrow x\ln x \geq x-1$

$\Rightarrow \ln x \geq \frac{x-1}{x}$

0,5

لأن $\forall x \in]0;+\infty[\,;\, x>0$ وبالتالي $\forall x \in]0;+\infty[\,;\, \ln x \geq \frac{x-1}{x}$

7/ أ- بيان:

الدالة g مستمرة على المجال $[1;+\infty[$ لأنها قابلة للاشتقاق على $[1;+\infty[$

0,5

- الدالة g متزايدة تماما على المجال $[1;+\infty[$

فإن الدالة g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على المجال J حيث $J = g([1;+\infty[) = [g(1); \lim_{x\to+\infty} g(x)[$

$J = [-2;+\infty[$

ب) (C_g) و $(C_{g^{-1}})$ متناظران بالنسبة للمنصف الأول للمعلم $y=x$ (انظر الشكل) $(O;\vec{i};\vec{j})$

~~7~~ 8/

8- أ- لدينا

$$\begin{cases} h(x) = x^3+3x \,;\, x\leq 0 \\ h(x) = 2x\ln x - 2x \,;\, x>0 \end{cases}$$

$\cancel{\lim_{x\to 0^+} h(x) = \lim_{x \to 0^+}}$

لدينا $h(0) = 0^3 + 3\times 0 = 0$

صفحة 15/15

ندرس اتصال الدالة h على اليسار في النقطة 0.

$\lim_{x\to 0^-} h(x) = \lim_{x\to 0^-} x^3 + 3x = 0^3 + 3\times 0 = 0$

$\lim_{x\to 0^-} h(x) = h(0)$

اذن الدالة h متصلة على اليسار في النقطة 0. (1)

0,5

ندرس اتصالة الدالة h على اليمين في النقطة 0.

$\lim_{x\to 0^+} h(x) = \lim_{x\to 0^+} 2x\ln x - 2x = 0 - 2\times 0 = 0$

$\lim_{x\to 0^+} h(x) = h(0)$

لأن $\lim_{x\to 0^+} x\ln x = 0$ و $\lim_{x\to 0^+} -2x = -2\times 0 = 0$

ومنه الدالة h متصلة على اليمين في النقطة 0. (2)

من (1) و (2) الدالة h متصلة في النقطة 0.

ب) $\lim_{x\to 0^-} \frac{h(x)-h(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^-} \frac{x^3+3x-0}{x} = \lim_{x\to 0^-} \frac{x^3+3x}{x}$

$= \lim_{x\to 0^-} \frac{x(x^2+3)}{x}$

$= \lim_{x\to 0^-} x^2+3$

$= 0^2+3$

0,5

$\lim_{x\to 0^-} \frac{h(x)-h(0)}{x-0} = 3 \in \mathbb{R}$

اذن الدالة h قابلة للاشتقاق على ~~اليمين~~ اليسار في النقطة 0 و $h'_g(0)=3$ و (C) المنحنى الممثل لدالة h يقبل نصف مماس على ~~اليمين~~ اليسار في النقطة $O(0;0)$ ومعامله الموجه هو 3.

ج) الدالة h غير قابلة للاشتقاق في 0 لأن الدالة h غير قابلة للاشتقاق على اليمين في 0 لأن

$\lim_{x\to 0^+} \frac{h(x)-h(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} \frac{h(x)-0}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} \frac{h(x)}{x}$

0,25

$\lim_{x\to 0^+} \frac{h(x)-h(0)}{x-0} = \infty$