امتحانات البكالوريا

مادة :...............

الشعبة :............... المستوى :...............

79286

النقطة النهائية 20 على 20

التقدير المفسر للنقطة

إسم المصحح : سميرة داودي المؤسسة : حسن الوزاني التوقيع :

Exercice 1

1) On vérifie que $U_{n+1} - 3 = \frac{4(U_n-3)}{2+(3-U_n)}$ et que $U_n < 3$

- On a : $U_{n+1} - 3 = \frac{3+U_n}{5-U_n} - 3$

$= \frac{3+U_n-15+3U_n}{5-U_n}$

$= \frac{4U_n-12}{5-U_n}$

$$\boxed{U_{n+1} - 3 = \frac{4(U_n-3)}{2+(3-U_n)}}$$

0,75

- On a : $U_0 = 2$ donc $U_0 < 3$

On suppose que $U_n < 3$ et on montre que $U_{n+1} < 3$

On a : $U_{n+1} - 3 = \frac{4(U_n-3)}{2+(3-U_n)}$ puisque $U_n < 3$, $U_n - 3 < 0$

et $3 - U_n > 0$ donc $4(U_n-3) < 0$ et $2+3-U_n > 0$

Donc $\frac{4(U_n-3)}{2+(3-U_n)} < 0$

D'où $U_{n+1} - 3 < 0$

D'où $U_{n+1} < 3$

$\forall n \in \mathbb{N}$ $U_n < 3$ par récurrence.

النقطة النهائية

على ....

الشعبة : .... المستوى : ....

التقدير المفسر للنقطة

إسم المصحح : .... المؤسسة : .... التوقيع : ....

2) a) On montre que V_n est géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et que $V_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

$$V_{n+1} = \frac{U_{n+1} - 1}{3 - U_{n+1}}$$

et $U_{n+1} = \frac{3+U_n}{5-U_n}$

Donc : $$V_{n+1} = \frac{\frac{3+U_n}{5-U_n} - 1}{3 - \frac{3+U_n}{5-U_n}}$$

$$= \frac{\frac{3+U_n-5+U_n}{5-U_n}}{\frac{15-5U_n-3+U_n}{5-U_n}}$$

$$= \frac{2U_n - 2}{12 - 4U_n}$$

$$= \frac{2}{4}\left(\frac{U_n-1}{3-U_n}\right)$$

$$\boxed{V_{n+1} = \frac{1}{2} V_n}$$

0,75

Donc V_n est géométrique de raison $\frac{1}{2}$

Donc : $V_n = V_0 \times (q)^{n-0}$

$V_0 = \frac{U_0 - 1}{3 - U_0} = \frac{2-1}{3-2} = 1$ donc $\boxed{V_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n}$

يمنع على المرشح أن يمضي ورقته أو يجعل أية علامة يمكنها أن تبين مصدرها.

b) • On a : $\dfrac{1+3V_n}{1+V_n} = \dfrac{3\,\dfrac{U_n-1}{3-U_n}+1}{1+\dfrac{U_n-1}{3-U_n}}$

$$= \dfrac{\dfrac{3U_n-3+3-U_n}{3-U_n}}{\dfrac{3-U_n+U_n-1}{3-U_n}}$$

$$= \dfrac{2U_n}{2}$$

$$\boxed{\dfrac{1+3V_n}{1+V_n} = U_n}$$

• On a : $U_n = \dfrac{1+3V_n}{1+V_n}$

et $V_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

Donc : $\boxed{U_n = \dfrac{1+3\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1+\left(\frac{1}{2}\right)^n}}$

c) On a : $U_n = \dfrac{1+3\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1+\left(\frac{1}{2}\right)^n}$

On a : $-1 < \dfrac{1}{2} < 1$ donc $\lim \left(\dfrac{1}{2}\right)^n = 0$

d'où $\lim 3\left(\dfrac{1}{2}\right)^n = 0$ et donc $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} 1+3\left(\frac{1}{2}\right)^n = 1}$

et $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} 1+\left(\frac{1}{2}\right)^n = 1}$

Donc $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = \dfrac{1}{1} = 1}$

Exercice 2

1) a) On montre que $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$

$\vec{AC}(x_C - x_A ; y_C - y_A ; z_C - z_A)$. $A(2,1,3)$; $C(2,2,1)$

$\vec{AB}(x_B - x_A ; y_B - y_A ; z_B - z_A)$. $A(2,1,3)$ et $B(3,1,1)$

. $\vec{AB}(3-2 ; 1-1 ; 1-3)$ Donc $\vec{AB}(1 ; 0 , -2)$

. $\vec{AC}(2-2 ; 2-1 ; 1-3)$ Donc $\vec{AC}(0 , 1 , -2)$

0,5

$\vec{AB} \wedge \vec{AC} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -2 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -2 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \vec{k}$

$\boxed{\vec{AB} \wedge \vec{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}}$

b) On en déduit que $2x + 2y + z - 9 = 0$ est une equation cartesienne de (ABC)

$M \in (ABC) \iff \vec{AM} \cdot (\vec{AB} \wedge \vec{AC}) = 0$ $\vec{AM}(x-2 ; y-1 , z-3)$

$\iff 2(x-2) + 2(y-1) + z - 3 = 0$

0,5

$\iff 2x - 4 + 2y - 2 + z - 3 = 0$

$\iff 2x + 2y + z - 9 = 0$

Donc $\boxed{(ABC) : 2x + 2y + z - 9 = 0}$

2) a) On montre que la sphere (S) a pour centre $\Omega(1,-1,0)$ et $R =$

On a : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 34 = 0$

donc $x^2 - 2x + 1 + y^2 + 2y + 1 + z^2 - 2 \times 0 \times 1 - 34 = 2$

$(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-0)^2 = 36 = 6^2$

0,5

Donc $\Omega(1 ; -1 , 0)$ est le centre de la sphere et $R = 6$ est son rayon.

suite de l'exercice 2 :

2) b) On montre que $d(\Omega(ABC)) = 3$ et On en déduit que (ABC) coupe la sphère (S) suivant un cercle Γ

$$d(\Omega,(ABC)) = \frac{|x_{\vec n} x_\Omega + y_{\vec n} y_\Omega + z_{\vec n} z_\Omega + d|}{\|\vec n_{(ABC)}\|} = \frac{|2-2-9|}{\sqrt{4+4+1}} = \frac{9}{\sqrt 9} = 3$$

0,5

$\boxed{d(\Omega,(ABC)) = 3}$

puisque $3 < 6$ $\quad d(\Omega,(ABC)) < R$

Donc (A.B.C) coupe la sphère selon un cercle (Γ)

3) a) La représentation paramétrique de la droite (Δ)

- On a $(\Delta) \perp (ABC)$ donc $\vec n_{ABC}(2,2,1)$ est un vecteur directeur de (Δ)
- On a (Δ) passe par $\Omega(1,-1,0)$

0,5

Donc $(\Delta) : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 2t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

b) On montre que B est le centre du cercle (Γ)

soit Ω' le centre de (Γ)

(Γ) est l'intersection de (ABC) et (S) donc

$\Omega' \in (ABC)$ et $\Omega' \in (\Delta)$

Donc $\begin{cases} x_{\Omega'} = 1+2t \\ y_{\Omega'} = -1+2t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z_{\Omega'} = t \end{cases}$ et $2x_{\Omega'} + 2y_{\Omega'} + z_{\Omega'} - 9 = 0$

النقطة النهائية

على.....................

مادة :..

الشعبة :....................................... المستوى :.....................

التقدير المفسر للنقطة

إسم المصحح :.............................. المؤسسة :.............................. التوقيع :......................

$$\begin{cases} x_{\Omega'} = 1 + 2t \\ y_{\Omega'} = -1 + 2t \\ z_{\Omega'} = t \\ 2x_{\Omega'} + 2y_{\Omega'} + z_{\Omega'} - 9 = 0 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Donc: $2(1+2t) + 2(-1+2t) + t - 9 = 0$

$2 + 4t - 2 + 4t + t - 9 = 0$

$9t - 9 = 0 \iff t = 1$

0,5

donc $\begin{cases} x_{\Omega'} = 1 + 2\times1 \\ y_{\Omega'} = -1 + 2\times1 \\ z_{\Omega'} = 1 \end{cases}$

Donc $\Omega'(3, 1, 1)$ d'où $\Omega' = B$

$\boxed{\text{alors } B \text{ est le centre de } (\Gamma)}$

Exercice 3 :

1) On résoud l'équation $z^2 - 4z + 29 = 0$

$z^2 - 4z + 29 = 0$

$\Delta = 4^2 - 4\times29$

$= -100$

$= (10i)^2$

0,75

$z_1 = \frac{4 + 10i}{2}$ $\qquad z_2 = \frac{4 - 10i}{2}$

$= 2 + 5i$ $\qquad = 2 - 5i$

$\boxed{S = \{(2+5i) ; (2-5i)\}}$

يمنع على المرشح أن يمضي ورقته أو يجعل أية علامة يمكنها أن تبين مصدرها.

2) a) On vérifie que $u = 3 + 3i$ et on montre que $\arg u \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$

$u = b - \omega = 5 + 8i - 2 - 5i$

$u = 3 + 3i$

On a : $u = 3 + 3i$ donc $|u| = \sqrt{3^2 + 3^2}$

$= 3\sqrt{2}$

$u = 3\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

0,25 $= 3\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

Donc $\boxed{\arg u \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]}$

b) On détermine un arg $\bar{u}$

$\bar{u} = 3 - 3i = 3\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

0,25 $= 3\sqrt{2}\left(\cos\frac{-\pi}{4} + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$

Donc : $\boxed{\arg \bar{u} \equiv -\frac{\pi}{4} [2\pi]}$

c) On vérifie que $a - \omega = \bar{u}$ et on en déduit que $\Omega A = \Omega B$ et que $\arg\left(\frac{b-\omega}{a-\omega}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

$a - \omega = 5 + 2i - 2 - 5i$

$= 3 - 3i$

Donc $\boxed{a - \omega = \bar{u}}$

On sait que : $i\bar{u} = u$

et que $\bar{u} = a - \omega$

$i(a - \omega) = u$

et puisque $u = b - \omega$ (D'après la question 2.a)

Donc $i(a - \omega) = (b - \omega)$

D'où $\frac{b-w}{a-w} = i$ (car $b \neq w$)

Donc $\left|\frac{b-w}{a-w}\right| = |i|$

$\frac{|b-w|}{|a-w|} = 1 \iff |b-w| = |a-w|$

Donc $\Omega A = \Omega B$

d'où $\boxed{\Omega A = \Omega B}$

0,75

et $\arg \frac{b-w}{a-w} \equiv \arg i \; [2\pi]$

puisque $\arg i \equiv \frac{\pi}{2} \; [2\pi]$

Donc $\boxed{\arg \frac{b-w}{a-w} \equiv \frac{\pi}{2} \; [2\pi]}$

d) On détermine l'image du point A par la rotation R de centre Ω et de angle $\frac{\pi}{2}$

La représentation de cette rotation est la suivante

$z' - w = e^{i\frac{\pi}{2}}(z - w)$

$z' - w = i(z - w)$

On determine l'image de A par R.

$a' - w = i(a - w)$

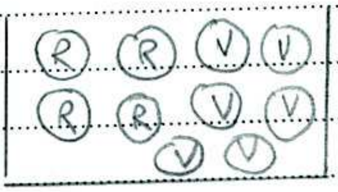
0,5

D'après la question précédente

$i(a - w) = b - w$

Donc $\boxed{a' = b \quad \text{d'où } B \text{ est l'image de } A \text{ par } R}$

Exercice 4



مادة : ....

الشعبة : .... المستوى : ....

النقطة النهائية

على ....

التقدير المفسر للنقطة

إسم المصحح : .... المؤسسة : .... التوقيع : ....

Suite exercice 4

1) On montre que : $P(A) = \frac{2}{15}$

On a : $Card\ \Omega = C_{10}^{2}$

On a : $p(A) = \frac{card\ A}{card\ \Omega}$

$card\ A = C_4^2$

1

Donc $p(A) = \frac{C_4^2}{C_{10}^2}$

$\boxed{p(A) = \frac{2}{15}}$

2) a) On montre que $X\ \{2,3,4\}$

• On a X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules rouges restantes après tirage des 2 boules

+ On peut tirer 2 boules rouges donc le reste c'est $4-2=2$

0,5

+ On peut tirer 1 boule rouge et une boule verte donc le reste c'est $4-1=3$

+ on peut tirer 2 boules vertes donc le reste des rouges est $4-0=4$

Donc $X : \{2,3,4\}$.

0,75

b) On montre que $p(X=3) = \frac{8}{15}$

$p(X=3)$: Il reste 3 boules Rouges, donc le tirage était une rouge et une verte

يمنع على المرشح أن يمضي ورقته أو يجعل أية علامة يمكنها أن تبين مصدرها.

النقطة النهائية

على ....

الشعبة : .... المستوى : ....

التقدير المفسر للنقطة

إسم المصحح : .... المؤسسة : .... التوقيع : ....

Donc : $p(X=3) = \frac{card(X=3)}{card(\Omega)} = \frac{C_4^1 \times C_6^1}{C_{10}^2}$

$$\boxed{p(X=3) = \frac{8}{15}}$$

• On sait que $p(X=2) + p(X=3) + p(X=4) = 1$

Donc $p(X=4) = 1 - p(X=3) - p(X=2)$

$p(X=2)$: Les deux boules tirée sont rouges car il reste 2 boules rouges dans l'urne.

$p(X=2) = p(A)$

0,25 Donc $p(X=4) = 1 - \frac{8}{15} - \frac{2}{15}$

0,5 $p(X=4) = \frac{1}{3} = \frac{5}{15}$

X	2	3	4
$p(X)$	$\frac{2}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{5}{15}$

Problème :

I.1) a) on montre que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} 2x - 2 + e^{2x} - 4e^{x}$

0,25 On sait que $\lim\limits_{x \to -\infty} e^{2x} = \lim\limits_{x \to -\infty} e^{x} = 0$ et que $\lim\limits_{x \to -\infty} x = -\infty$

donc $\lim\limits_{x \to -\infty} 2x - 2 = -\infty$

يمنع على المرشح أن يمضي ورقته أو يجعل أية علامة يمكنها أن تبين مصدرها.

D'où $\lim\limits_{x \to -\infty} 2x - 2 + e^{2x} - 4e^{x} = -\infty + 0 + 0 = -\infty$

Donc $\boxed{\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty}$

b) On montre que $(D): y = 2x - 2$ est assymptote à la courbe au voisinage de $-\infty$

On a: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) - y = \lim\limits_{x \to -\infty} 2x - 2 - 2x + 2 + e^{2x} - 4e^{x}$.

$\lim\limits_{x \to -\infty} e^{2x} = \lim\limits_{x \to -\infty} 4e^{x} = 0$

Donc $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) - y = 0$

0,5

D'où $y = 2x - 2$ est assymptote à la courbe au voisinage de $-\infty$

2) a) On montre que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

0,1

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} 2x - 2 + e^{2x} - 4e^{x}$.

$= \lim\limits_{x \to +\infty} e^{2x}\left(\frac{2x}{e^{2x}} - \frac{2}{e^{2x}} + 1 - \frac{4}{e^{x}}\right)$

On a: $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^{x}}{x} = +\infty$ donc $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{X}{e^{X}} = 0$

en posant $X = 2x$: $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2x}{e^{2x}} = 0$.

et On a: $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{2x} = +\infty$ donc $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{e^{2x}} = 0$ donc $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{-2}{e^{2x}} = 0$

et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{-4}{e^{x}} = 0$

D'où $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} e^{2x} \times (0 - 0 + 1 - 0) = \lim\limits_{x \to +\infty} e^{2x}$

Donc $\boxed{\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty}$

b) On montre que $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{2x-2+e^{2x}-4e^{x}}{x}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} 2 - \frac{2}{x} + \frac{e^{2x}}{x} - 4\frac{e^{x}}{x}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} 2 - \frac{2}{x} + \frac{e^{2x}}{x}\left(1 - \frac{4}{e^{x}}\right)$$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^{2x}}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} 2\frac{e^{2x}}{2x}$ en posant $X = 2x$. $\lim\limits_{x\to+\infty} = +\infty$

et puisque $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{x} = +\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{e^{x}} = 0$ donc $\lim \frac{-4}{e^{x}} = 0$

et On a $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{-2}{x} = 0$

0,5

Donc $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 2 - 0 + \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^{2x}}{x}(1-0)$

$$\boxed{\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty}$$

puisque $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ donc (Oy) est une branche parabolique au voisinage de $+\infty$ à C_f.

3) a) On montre que $f'(x) = 2(e^{x}-1)^2$ $\forall x \in \mathbb{R}$

On a : $f'(x) = (2x - 2 + e^{2x} - 4e^{x})'$

$$= 2 + 2e^{2x} - 4e^{x}$$

0,5

$$= 2(1 - 2e^{x} + e^{2x})$$

Donc $\boxed{f'(x) = 2(e^{x}-1)^2}$ $\forall x \in \mathbb{R}$

b) Le tableau de variation de f

0,25

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

مادة : ....

الشعبة : .... المستوى : ....

النقطة النهائية

على ....

التقدير المفسر للنقطة

إسم المصحح : .... المؤسسة : .... التوقيع : ....

Suite du Problème :

3)- c) On montre $\exists! \alpha \in]1, \ln 4[\ / \ f(\alpha) = 0$

• On a f est continue sur $\mathbb{R}$ car elle est la somme de 3 fonctions continues sur $\mathbb{R}$

$x \to e^{2x}$: continue sur $\mathbb{R}$

$x \to -4e^{x}$ continue sur $\mathbb{R}$

$x \to 2x-2$ continue sur $\mathbb{R}$

Donc puisque $]1, \ln 4[\subset \mathbb{R}$; f est continue sur $]1, \ln 4[$

0,5 • f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$ donc elle est croissante sur $]1, \ln 4[$

• et On a : $f(1) = -3,48$

$f(\ln 4) = 0,77$

$f(1) \times f(\ln 4) < 0$ donc selon le théorème des valeurs intermédiaires $\boxed{\exists! \alpha \in]1, \ln 4[\ / \ f(\alpha) = 0}$

4) a) On montre que (C_f) est située au dessus de (D) sur $]\ln 4, +\infty[$ et en dessous de (D) sur $]-\infty, \ln 4[$

On a $f(x) - y = 2x - 2 + e^{2x} - 4e^{x} - 2x + 2$

$= e^{2x} - 4e^{x}$

$= e^{x}(e^{x} - 4)$

0,5 $f(x) - y = 0 \iff e^{x}(e^{x}-4) = 0 \iff e^{x} - 4 = 0 \iff x = \ln 4$

Donc

x	$-\infty$ $\qquad$ $\ln 4$ $\qquad$ $+\infty$	
$f(x)-y$	$-$	$+$
C_f et (D)	C_f en dessous de (D)	C_f en dessus de (D)

يمنع على المرشح أن يمضي ورقته أو يجعل أية علامة يمكنها أن تبين مصدرها.

مادة : ....

الشعبة : .... المستوى : ....

النقطة النهائية

على ....

التقدير المفسر للنقطة

إسم المصحح : .... المؤسسة : .... التوقيع : ....

Alors sur $]\ln 4, +\infty[$ C_f est en dessus de (D) et sur $]-\infty, \ln 4[$ C_f est en dessous de (D)

b) On montre que C_f admet un point d'inflexion $(0,-5)$

On a $f''(x) = \left(2(e^x-1)^2\right)'$

$$= 2 \times 2 e^x (e^x - 1)$$
$$= 4 e^x (e^x - 1)$$

$f''(x) = 0 \iff e^x - 1 = 0 \iff x = 0$ (car $e^x > 0$)

Donc f admet un point d'inflexion d'abscisse $x=0$ puisque $f(0) = -5$ donc le point unique de cordonnée $(0,-5)$ est un point d'inflexion

5) a) $$\int_0^{\ln 4} (e^{2x} - 4e^x)\,dx = \int_0^{\ln 4} \left(\frac{1}{2} \times 2 \times e^{2x} - 4 \times e^x\right) dx$$
$$= \left[\frac{1}{2} e^{2x} - 4e^x\right]_0^{\ln 4}$$
$$= \frac{1}{2} e^{2 \times \ln 4} - 4 \times e^{\ln 4} - \frac{1}{2} e^{2 \times 0} + 4e^0$$

$$\int_0^{\ln 4} (e^{2x} - 4e^x)\,dx = -\frac{9}{2}$$

b) L'aire du domaine limité par C_f, (D), (oy) et $x = \ln 4$

$(A) = \int_0^{\ln 4} |f(x) - y|$ U.A puisque $f(x)$ est au dessous de (D) sur $]0, \ln 4[$ donc

$(A) = \int_0^{\ln 4} -(f(x) - y) = -\int_0^{\ln 4} 2x - 2 + e^{2x} - 4e^x - 2x + 2$

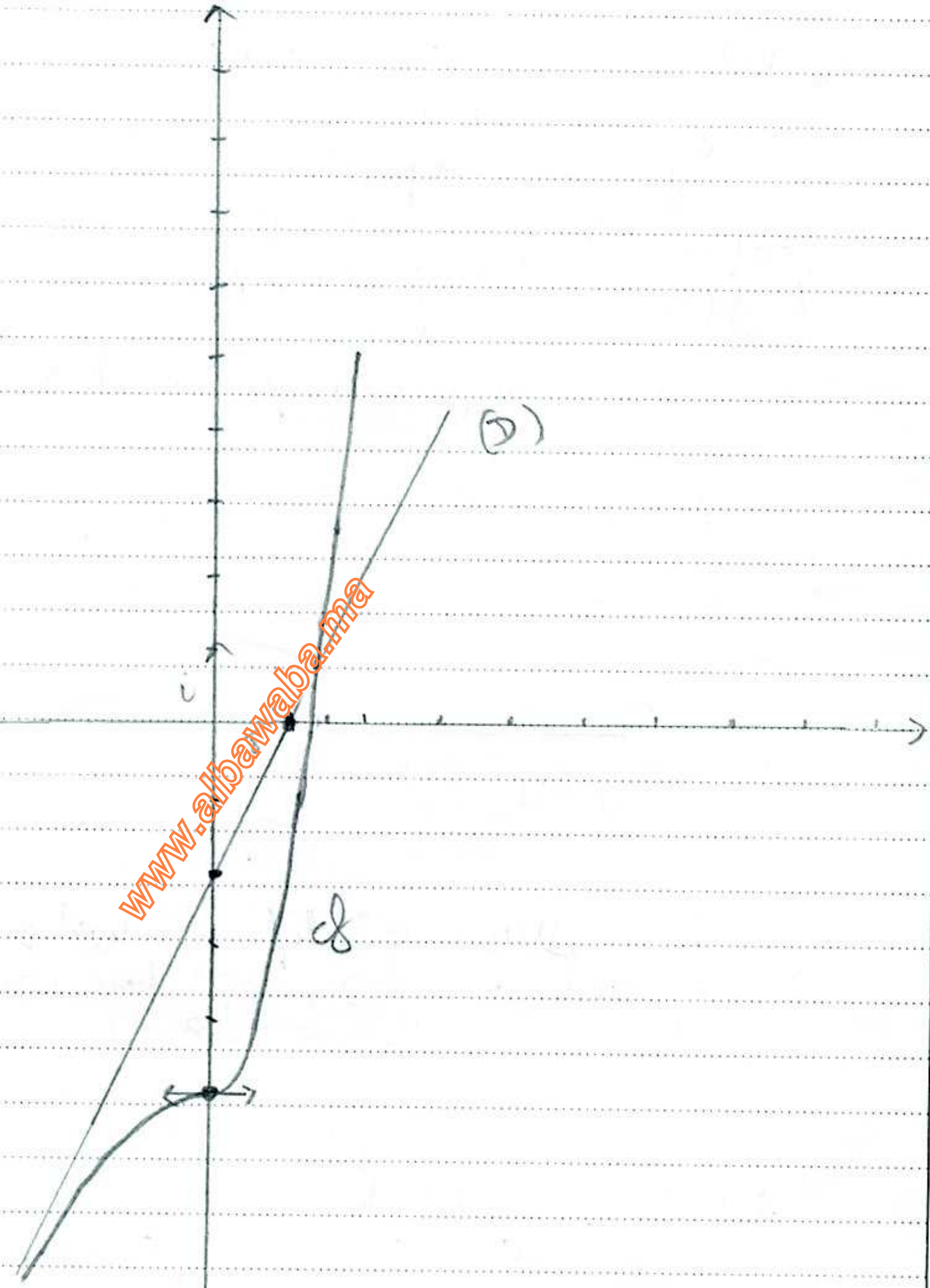
$= -\left(-\frac{9}{2}\right) = \frac{9}{2} \times 1 \times 1\ cm^2$

(car D'après la question précédente $\int_0^{\ln 4} (e^{2x} - 4e^x)\,dx = -\frac{9}{2}$)

يمنع على المرشح أن يمضي ورقته أو يجعل أية علامة يمكنها أن تبين مصدرها.

Donc $\boxed{A = \frac{9}{2}\ cm^2}$

4) c).



0,75

II) a) Résolution de $y'' - 3y' + 2y = 0$

L'équation caractéristique est $r^2 - 3r + 2 = 0$

$\Delta = 1$ $\quad r_1 = \frac{3-1}{2}$; $r_2 = \frac{3+1}{2}$

$r_1 = 1$ $\quad r_2 = 2$

Donc la solution de l'équation est

0,5

$$\boxed{y = \alpha e^{x} + \beta e^{2x}}$$

b) Détermination de la solution particulière

$$y = \alpha e^{x} + \beta e^{2x}$$

$$y' = \alpha e^{x} + 2\beta e^{2x}$$

$$\begin{cases} g(0) = -3 \\ g'(0) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = -3 \\ \alpha + 2\beta = -2 \end{cases}$$

on multiplie la premier par -1 et on additionne membre à membre

$$2\beta - \beta = -2 + 3 \Leftrightarrow \beta = 1$$

$$\alpha + \beta = -3 \Leftrightarrow \alpha = -3 - \beta \quad \text{donc}$$

0,5

$$\alpha = -4$$

alors $\boxed{g(x) = -4e^{x} + e^{2x}}$

2) a) On a :

$x \to \ln x$ continue sur $]0, +\infty[$ donc continue sur $]\ln 4, +\infty[$

$x \to e^{2x} - 4e^{x}$ continue sur $\mathbb{R}$ donc continue sur $]\ln 4 + \infty[$.

$h(x)$ est la composée de 2 fonctions continues sur $]\ln 4, +\infty[$

Donc continue sur $]\ln 4 +\infty[$

$$h'(x) = \frac{(e^{2x} - 4e^{x})'}{e^{2x} - 4e^{x}} = \frac{2e^{2x} - 4e^{x}}{e^{2x} - 4e^{x}}$$

$$= \frac{2(e^{2x} - 2e^{x})}{e^{2x} - 4e^{x}}$$

$$h(x) = 0 \Leftrightarrow e^{2x} - 2e^{x} = 0 \Leftrightarrow e^{x}(e^{x} - 2) = 0$$

x	$-\infty$	$\ln 2$	$\ln 4$	$+\infty$
$h'(x)$	$-$	0 $+$		$+$
$h(x)$			$-\infty$	$+\infty$

امتحانـــات البـكالـــوريا

خاص بكتابة الإمتحان

مادة :..

الشعبة :.............................. المستوى :....................

النقطة النهائية

على.....................

التقدير المفسر للنقطة

إسم المصحح :..................... المؤسسة :..................... التوقيع :.....................

Suite du problème

II) 2) a) sur $]\ln 4, +\infty[$ $h(x)$ est strictement croissante donc puisqu'elle est continue elle est bijection donc admet une fonction réciproque $h^{-1}(x)$ définie de $]\ln 4, +\infty[$ vers $]\lim_{x \to \ln 4} f(x), \lim_{x \to +\infty} f(x)[=]-\infty, +\infty[$
donc h^{-1} est définie sur $\mathbb{R}$.

0,75

b) On a : $h(\ln(5)) = \ln\left(e^{2\times\ln 5} - 4e^{\ln 5}\right)$
$= \ln 5$

0,25

On sait que : $(h^{-1})'(\ln 5) = \dfrac{1}{h'(h^{-1}(\ln 5))}$

$= \dfrac{1}{h'(\ln 5)}$

car $h(\ln 5) = \ln 5$,

donc $h^{-1}(\ln 5) = \dfrac{1}{h'(\ln 5)}$

$h'(\ln 5) = \dfrac{2e^{2\times\ln 5} - 4e^{\ln 5}}{e^{2\times\ln 5} - 4e^{\ln 5}} = 6$

Donc $(h^{-1})'(\ln 5) = \dfrac{1}{6}$.

0,5

مادة : ....

الشعبة : .... المستوى : ....

النقطة النهائية

على..........................

التقدير المفسر للنقطة

إسم المصحح : .... المؤسسة : .... التوقيع : ....

يمنع على المرشح أن يمضي ورقته أو يجعل أية علامة يمكنها أن تبين مصدرها.