التمرين الأول

1. أ- لنحل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $x^2+4x-5=0$.

لدينا مميز المعادلة المقترحة هو : $\Delta=b^2-4ac$ حيث : $a=1$ و $b=4$ و $c=-5$

$$\begin{aligned}\Delta&=b^2-4ac\\&=16+20\\&=36=6^2\end{aligned}$$

إذن : $x_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{-4-6}{2}=-5$ و $x_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{-4+6}{2}=1$

وبالتالي: $\boxed{S_{\mathbb{R}}=\{-5;1\}}$

ب - لنحل في المجال $]0;+\infty[$ المعادلة : $\ln(x^2+5)=\ln(x+2)+\ln(2x)$

تذكير : ✍ : $\forall(a;b)\in(]0;+\infty[)^2\ ;\ \ln(a\times b)=\ln(a)+\ln(b)$

✍ : $\forall(a;b)\in(]0;+\infty[)^2\ ;\ \ln(a)=\ln(b)\Leftrightarrow a=b$

♦ لكل x من المجال $]0;+\infty[$ لدينا : $2x>0$ و $x+2>0$ و $x^2+5>0$

لدينا :

$$\begin{aligned}\ln(x^2+5)=\ln(x+2)+\ln(2x)&\Leftrightarrow\ln(x^2+5)=\ln(2x\times(x+2))\\&\Leftrightarrow\ln(x^2+5)=\ln(2x^2+4x)\\&\Leftrightarrow x^2+5=2x^2+4x\quad\text{(انظر التذكير)}\\&\Leftrightarrow x^2+4x-5=0\\&\Leftrightarrow x=1\ \text{أو}\ x=-5\quad\text{(حسب السؤال 1.أ:)}\end{aligned}$$

بما أن $x\in]0;+\infty[$ فإن : $x=1$ إذن : $\boxed{S_{]0;+\infty[}=\{1\}}$

2 . لنحل في المجال $]0;+\infty[$ المتراجحة : $\ln(x)+\ln(x+1)\geq\ln(x^2+1)$

تذكير : ✍ : $\forall(a;b)\in(]0;+\infty[)^2\ ;\ \ln(a)\geq\ln(b)\Leftrightarrow a\geq b$

♦ لكل x من المجال $]0;+\infty[$ لدينا : $x>0$ و $x+1>0$ و $x^2+1>0$.

لدينا :

$$\begin{aligned}\ln x+\ln(x+1)\geq\ln(x^2+1)&\Leftrightarrow\ln(x^2+x)\geq\ln(x^2+1)\\&\Leftrightarrow x^2+x\geq x^2+1\\&\Leftrightarrow x\geq1\end{aligned}$$

إذن : $\boxed{S_{]0;+\infty[}=[1;+\infty[}$

التمرين الثاني

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0=1$ و $u_{n+1}=\dfrac{u_n}{5+8u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

1. لنبين بالترجع أن $u_n>0$ لكل n من $\mathbb{N}$

➢ من أجل $n=0$: لدينا $u_0=1$ و $1>0$ يعني أن : $u_0>0$ أي الخاصية صحيحة من أجل $n=0$.

➢ ليكن n من $\mathbb{N}$

نفترض أن : $u_n>0$ ونبين أن $u_{n+1}>0$

حسب الافتراض لدينا $u_n>0$ ومنه : $8u_n>0$ وبالتالي $5+8u_n>0$ أي : $\dfrac{1}{5+8u_n}>0$

إذن : $\frac{u_n}{5+8u_n} > 0$ أي : $u_{n+1} > 0$

حسب مبدأ الترجع لدينا : $\forall n \in \mathbb{N} \; ; \; u_n > 0$.

2. نضع : $v_n = \frac{1}{u_n} + 2$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ- ♦ لنبين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=5$.

ليكن n من $\mathbb{N}$

لدينا : $v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}} + 2 = \frac{5+8u_n}{u_n} + 2 = \frac{5+8u_n+2u_n}{u_n} = \frac{5(1+2u_n)}{u_n} = 5.\left(\frac{1}{u_n}+2\right) = 5.v_n$

إذن : $\boxed{\forall n \in \mathbb{N} \; ; \; v_{n+1} = 5.v_n}$ وبالتالي (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=5$.

♦ لنكتب v_n بدلالة n لكل n من $\mathbb{N}$

لدينا: (v_n) متتالية هندسية . حسب صيغة الحد العام لدينا : $v_n = v_0 q^n$ لكل n من $\mathbb{N}$. حيث : $q=5$

و $v_0 = \frac{1}{u_0} + 2 = \frac{1}{1} + 2 = 3$

وبالتالي : $\boxed{v_n = 3\times 5^n \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}}$. $(*)$

ب- ♦ لنكتب u_n بدلالة n لكل n من $\mathbb{N}$

لدينا : $v_n = \frac{1}{u_n} + 2$ لكل n من $\mathbb{N}$. ومنه $u_n = \frac{1}{v_n - 2}$ لكل n من $\mathbb{N}$

إذن : $\boxed{u_n = \frac{1}{3\times 5^n - 2} \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N} \text{ . حسب النتيجة } (*) \text{ .}}$

♦ حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

لدينا : $\lim\limits_{n\to+\infty} 5^n = +\infty$ (لأن $5>1$) ومنه : $\lim\limits_{n\to+\infty} (3\times 5^n - 2) = +\infty$

$\boxed{\text{وبالتالي: } \lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0 \text{ .}}$

التمرين الثالث :

1 . لنحل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 18z + 82 = 0$.

لدينا مميز هذه المعادلة هو : $\Delta = (-18)^2 - 4\times 1\times 82 = 324 - 328 = -4 = (2i)^2$

إذن للمعادلة المقترحة حلين عقديين مترافقين هما : $z_1 = \frac{18+2i}{2} = 9+i$ و $z_2 = \frac{18-2i}{2} = 9-i$

أي : $\boxed{S_{\mathbb{C}} = \{9-i \; ; \; 9+i\}}$

2 . المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي $a=9+i$ و $b=9-i$ و $c=11-i$.

أ- ♦ لنبين أن : $\frac{c-b}{a-b} = -i$.

لدينا : $\dfrac{c-b}{a-b}=\dfrac{11-i-(9-i)}{9+i-(9-i)}=\dfrac{2}{2i}=\dfrac{1}{i}=-i$.

♦ الاستنتاج ؛ طبيعة المثلث ABC .

لدينا : $(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC})\equiv\arg\left(\dfrac{z_C-z_B}{z_A-z_B}\right)\ [2\pi]$

$\equiv\arg\left(\dfrac{c-b}{a-b}\right)\ [2\pi]$

$\equiv\arg(-i)\ [2\pi]$

$\equiv\dfrac{3\pi}{2}[2\pi]\quad\left(\equiv-\dfrac{\pi}{2}\ [2\pi]\right)$

إذن : $(BA)\perp(BC)$ أي المثلث ABC قائم الزاوية في B ①

ولدينا : $\dfrac{BC}{BA}=\dfrac{|c-b|}{|a-b|}=\left|\dfrac{c-b}{a-b}\right|=|-i|=1$ ($|xxx|=$ معيار xxx)

ومنه $\dfrac{BC}{BA}=1$ وبالتالي : $BA=BC$ ②

من ① و ② نستنتج أن : ABC مثلث قائم الزاوية ومتساوي الساقين في B

ب- الشكل المثلث للعدد العقدي $4(1-i)$

تذكير : ✍ : لكل z من $\mathbb{C}$. حيث : $|z|$ هو معيار العدد العقدي z و $\arg(z)\equiv\theta[2\pi]$

لدينا : $z=|z|(Cos\theta+iSin\theta)$

لدينا : $1-i=\sqrt{2}\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}-\dfrac{1}{\sqrt{2}}i\right)=\sqrt{2}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}i\right)=\sqrt{2}\left(Cos\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)+iSin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)\right)$

إذن : $\boxed{4(1-i)=4\sqrt{2}\left(Cos\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)+iSin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)\right)}$ $(*)$

ج- ♦ لنبين أن : $(c-a)(c-b)=4(1-i)$

لدينا : $(c-a)(c-b)=(11-i-9-i)(11-i-9+i)$

$=2(2-2i)$

$=4(1-i)$

♦ الاستنتاج

لدينا : $AC\times BC=|c-a|\times|c-b|$

$=|(c-a)(c-b)|$

$=|4(1-i)|$

$=4\sqrt{2}$ (حسب العلاقة $(*)$)

د- ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق نقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه B وزاويته $\frac{3\pi}{2}$

♦ لنبين أن : $z' = -iz + 10 + 8i$.

لدينا: R الدوران الذي مركزه $B(9-i)$ وزاويته $\frac{3\pi}{2}$ ويحول M إلى M' .

إذن : $z' - z_B = e^{\frac{3\pi}{2}}(z - z_B)$

يعني : $z' = e^{\frac{3\pi}{2}}(z - z_B) + z_B$

$$z' = e^{\frac{3\pi}{2}}(z - z_B) + z_B \Leftrightarrow z' = \left(Cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) + iSin\left(\frac{3\pi}{2}\right)\right)(z - 9 + i) + 9 - i$$

$$\Leftrightarrow z' = -i(z - 9 + i) + 9 - i$$

$$\Leftrightarrow z' = -iz + 9i + 1 + 9 - i$$

$$\Leftrightarrow z' = -iz + 10 + 8i$$

وبالتالي : $\boxed{z' = -iz + 10 + 8i}$

♦ تحديد لحق النقطة C' صورة C بالدوران R

$$R(C) = C' \Leftrightarrow z_{C'} = -iz_C + 10 + 8i$$

$$\Leftrightarrow z_{C'} = -i(11 - i) + 10 + 8i$$

$$\Leftrightarrow z_{C'} = -11i - 1 + 10 + 8i$$

$$\Leftrightarrow z_{C'} = 9 - 3i$$

إذن: $\boxed{\text{لحق النقطة } C' \text{ هو } z_{C'} = 9 - 3i}$

التمرين الرابع :

I . نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $g(x) = (1 - x)e^x - 1$.

1. أ- حساب $g'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$.

ليكن x من $\mathbb{R}$ ؛ لدينا : $g'(x) = \left((1 - x)e^x - 1\right)' = (1 - x)' \times e^x + (1 - x) \times (e^x)'$

$$= -e^x + (1 - x)e^x$$

$$= \cancel{-e^x} + \cancel{e^x} - xe^x$$

$$= -xe^x$$

إذن : $\boxed{\forall x \in \mathbb{R} \; ; \; g'(x) = -xe^x}$

ب- رتابة الدالة g على كل من المجالين : $]-\infty;0]$ و $[0;+\infty[$

➢ نعلم أن : $\forall x \in \mathbb{R} \; ; \; e^x > 0$ إذن إشارة $g'(x)$ هي عكس إشارة x . [لأن : $g'(x) = -xe^x$]

وبالتالي : إذا كان $x \in [0;+\infty[$ فإن $g'(x) \leq 0$. ومنه g دالة تناقصية على المجال $[0;+\infty[$

و إذا كان $x \in]-\infty;0]$ فإن $g'(x) \geq 0$. ومنه g دالة تزايدية على المجال $]-\infty;0]$

➤ حساب $g(0)$

لدينا : $g(0)=(1-0)e^{0}-1=1-1=0$.

2. لنبين أن : $\forall x\in\mathbb{R}\ ;\ g(x)\leq 0$

لدينا : جدول تغيرات الدالة g .

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$			
g	$-1 \nearrow$	$g(0)$	$\searrow -\infty$

g دالة متصلة وتقبل $g(0)$ كقيمة قصوية مطلقة على $\mathbb{R}$ عند 0

يعني : $\forall x\in\mathbb{R}\ ;\ g(x)\leq g(0)$

أي : $\forall x\in\mathbb{R}\ ;\ g(x)\leq 0$ (لأن : $g(0)=0$).

طريقة 02

لدينا : g تزايدية على : $]-\infty;0]$ إذن : $\forall x\in]-\infty;0]\ ;\ g(x)\leq g(0)$ (تعريف دالة تزايدية)

ولدينا : g تناقصية على : $[0;+\infty[$ إذن : $\forall x\in[0;+\infty[\ ;\ g(x)\leq g(0)$ (تعريف دالة تناقصية)

إذن : $\forall x\in\mathbb{R}\ ;\ g(x)\leq g(0)$. يعني : $\forall x\in\mathbb{R}\ ;\ g(x)\leq 0$ (لأن : $g(0)=0$).

II لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=(2-x)e^{x}-x$. وليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ $(\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1cm)$.

1. أ- لنبين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$.

بما أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}(2-x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}e^{x}=+\infty$ فإن : $\lim\limits_{x\to+\infty}(2-x)e^{x}=(-\infty)\times(+\infty)=-\infty$

ولدينا : $\lim\limits_{x\to+\infty}(-x)=-\infty$

إذن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[(2-x)e^{x}-x\right]=(-\infty)+(-\infty)=-\infty$

ملاحظة : يمكن أيضا التعميل ب x ثم الحساب

ب- لنبين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-\infty$

لدينا : $(2-x)e^{x}-x=x\left[\left(\dfrac{2}{x}-1\right)e^{x}-1\right]$ ومنه : $\dfrac{f(x)}{x}=\left(\dfrac{2}{x}-1\right)e^{x}-1$

وحيث أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}e^{x}=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2}{x}-1\right)=-1$

فإن : $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\left(\dfrac{2}{x}-1\right)e^{x}-1\right]=(-1)\times(+\infty)-1=-\infty}$

➤ الاستنتاج :

بما أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-\infty$ فإن $(\mathscr{C})$ يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب (السالبة) بجوار $+\infty$.

2. أ- حساب النهاية: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

لدينا : $f(x)=2e^{x}-xe^{x}-x$

وحيث أن : $\lim_{x\to-\infty} xe^x = 0$ و $\lim_{x\to-\infty}(-x) = +\infty$ و $\lim_{x\to-\infty} 2e^x = 2\times\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$

فإن : $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(2e^x - xe^x - x\right) = 0 - 0 + \infty = +\infty$

أي : $\boxed{\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty}$

➢ حساب النهاية : $\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)+x\right]$

لدينا : $f(x)+x = 2e^x - xe^x - x + x = 2e^x - xe^x$

وحيث أن : $\lim_{x\to-\infty} xe^x = 0$ و $\lim_{x\to-\infty} 2e^x = 2\times\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$ فإن : $\lim_{x\to-\infty}\left(2e^x - xe^x\right) = 0$

إذن : $\boxed{\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)+x\right] = 0}$

ملاحظة :

لدينا : $f(x)+x = (2-x)e^x = -(x-2)e^{x-2}\times e^2$

نضع : $x-2 = t$ إذن : $x\to-\infty \Leftrightarrow t\to-\infty$

وبالتالي : $\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)+x\right] = \lim_{x\to-\infty}\left[-(x-2)e^{x-2}\times e^2\right]$

$$= \left(-e^2\right)\times\underbrace{\lim_{t\to-\infty}\left(te^t\right)}_{=0}$$

$$= 0$$

ب- لنبين أن : $(D): y = -x$ مقارب مائل.

لدينا : $\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)+x\right] = \lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-(-x)\right] = 0$ يعني : $\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-y\right] = 0$

إذن : المستقيم (D) الذي معادلته : $y = -x$. مقارب مائل للمنحنى $(\mathscr{C})$ بجوار $-\infty$

3. أ- لنبين أن : $f'(x) = g(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$.

ليكن x من $\mathbb{R}$.

لدينا :
$$\begin{aligned} f'(x) &= \left((2-x)e^x - x\right)' \\ &= \left((2-x)e^x\right)' - x' \\ &= (2-x)'e^x + (2-x)\left(e^x\right)' - 1 \\ &= -e^x + (2-x)e^x - 1 \\ &= (1-x)e^x - 1 \\ &= g(x) \end{aligned}$$

إذن : $\boxed{\forall x\in\mathbb{R}\ ;\ f'(x) = g(x)}$

ب- تأويل النتيجة $f'(0) = 0$.

نعلم أنه إذا كانت دالة f قابلة للاشتقاق في x_0 فإن منحنى الدالة f ؛ يقبل في النقطة ذات الأفصول x_0 ؛ مماس معامله الموجه $f'(x_0)$ ومعادلته : $(T): y = f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0)$.

* لدينا : f دالة قابلة للاشتقاق في 0 كمجموع وجداء دوال قابلة للاشتقاق في 0

* و لدينا : $f'(0) = g(0) = (1-0)e^0 - 1 = 0$

إذن المنحنى $(\mathscr{C})$ ؛ يقبل في النقطة $F(0;2)$ مماس معامله الموجه $f'(0)=0$ أي موازي لمحور الأفاصيل .

ج - رتابة الدالة f.

لدينا : $\forall x\in\mathbb{R}\ ;\ g(x)\leq 0$ و $\forall x\in\mathbb{R}\ ;\ f(x)=g(x)$.   إذن : $\forall x\in\mathbb{R}\ ;\ f'(x)\leq 0$

وبما أن : f' تنعدم في نقطة معزولة 0 . فإن الدالة f تناقصية قطعا على $\mathbb{R}$

جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	
f	$+\infty$	$\searrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

4 . لنبين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ و أن : $\dfrac{3}{2}<\alpha<2$

لدينا : f دالة متصلة على $\mathbb{R}$ كمجموع وجداء دوال متصلة على $\mathbb{R}$

$u:x\mapsto -x$ متصلة على $\mathbb{R}$ لأنها حدودية

$v:x\mapsto 2-x$ .. ..

$w:x\mapsto e^{x}$ دالة متصلة على $\mathbb{R}$ (.. تعريف الدالة الأسية ...)

و $f=v\times w+u$

ولدينا : f تناقصية قطعا على $\mathbb{R}$

و $f(\mathbb{R})=\left]\lim\limits_{x\to+\infty}f(x);\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)\right[=\left]-\infty;+\infty\right[$

و $0\in\left]-\infty;+\infty\right[$

إذن: حسب مبرهنة القيم الوسيطية يوجد α وحيد في $\mathbb{R}$ بحيث $f(x)=0$

يعني أن : المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$.

وحيث أن : $f(2)\times f\left(\dfrac{3}{2}\right)<0$ لأن : $f(2)=-2<0$ و $f\left(\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{1}{2}\left(e^{\frac{3}{2}}-3\right)>0$

فإن : $\dfrac{3}{2}<\alpha<2$ (حسب مبرهنة القيم الوسيطية)

5. أ- لنحل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)+x=0$

لدينا : $f(x)=(2-x)e^{x}-x$ و $(D):y=-x$

$$f(x)+x=0\Leftrightarrow(2-x)e^{x}-x+x=0$$

$$\Leftrightarrow(2-x)e^{x}=0$$

$$\Leftrightarrow 2-x=0 \text{ أو } \underbrace{e^{x}=0}_{\text{غير ممكن}}$$

$$\Leftrightarrow x=2$$

إذن مجموعة حلول المعادلة $f(x)+x=0$ هي : $\{2\}$ $\quad (*)$.

➢ تحديد تقاطع $(\mathscr{C})$ منحنى الدالة f و المستقيم (D) الذي معادلته $y=-x$.

من أجل ذلك نحل المعادلة : $f(x)=-x$ لأن : $M(x,y)\in(D)\cap(\mathscr{C})\Leftrightarrow\begin{cases}M\in(D)\\M\in(\mathscr{C})\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}y=-x\\y=f(x)\end{cases}$$

لدينا : $f(x)=-x\Leftrightarrow f(x)+x=0$

$\Leftrightarrow x=2$ $\quad$ (حسب ماسبق $(*)$)

إذن $(\mathscr{C})$ و (D) يتقاطعان في النقطة $A(2;-2)$ $\quad$ ($f(2)=-2$ أو $y=-2$)

ب- دراسة إشارة $f(x)+x$ على $\mathbb{R}$

لدينا : $\forall x\in\mathbb{R}\ ;\ f(x)+x=(2-x)e^x$ ونعلم أن: $\forall x\in\mathbb{R}\ ;\ e^x>0$

إذن إشارة $f(x)+x$ هي إشارة $2-x$

وبالتالي : $\forall x\in]-\infty;2]\ ;\ f(x)+x\geq 0$ و $\forall x\in[2;+\infty[\ ;\ f(x)+x\leq 0$ $\quad (**)$

ج- وضع $(\mathscr{C})$ بالنسبة للمستقيم (D).

من العلاقة $(**)$ أعلاه نستنتج أن :

- $(\mathscr{C})$ يوجد فوق المستقيم (D) على $]-\infty;2[$
- $(\mathscr{C})$ يوجد تحت المستقيم (D) على $]2;+\infty[$
- $(\mathscr{C})$ يقطع المستقيم (D) في النقطة ذات الأفصول 2

6. أ - تحديد نقط انعطاف المنحنى $(\mathscr{C})$

ليكن x من $\mathbb{R}$

لدينا : $f''(x)=(f'(x))'$

$=g'(x)$

$=-xe^x$ $\quad$ (حسب السؤال I-1-أ)

إذن : $\forall x\in\mathbb{R}\ ;\ f''(x)=-xe^x$

ولدينا : $f''(x)=0\Leftrightarrow -xe^x\geq 0$

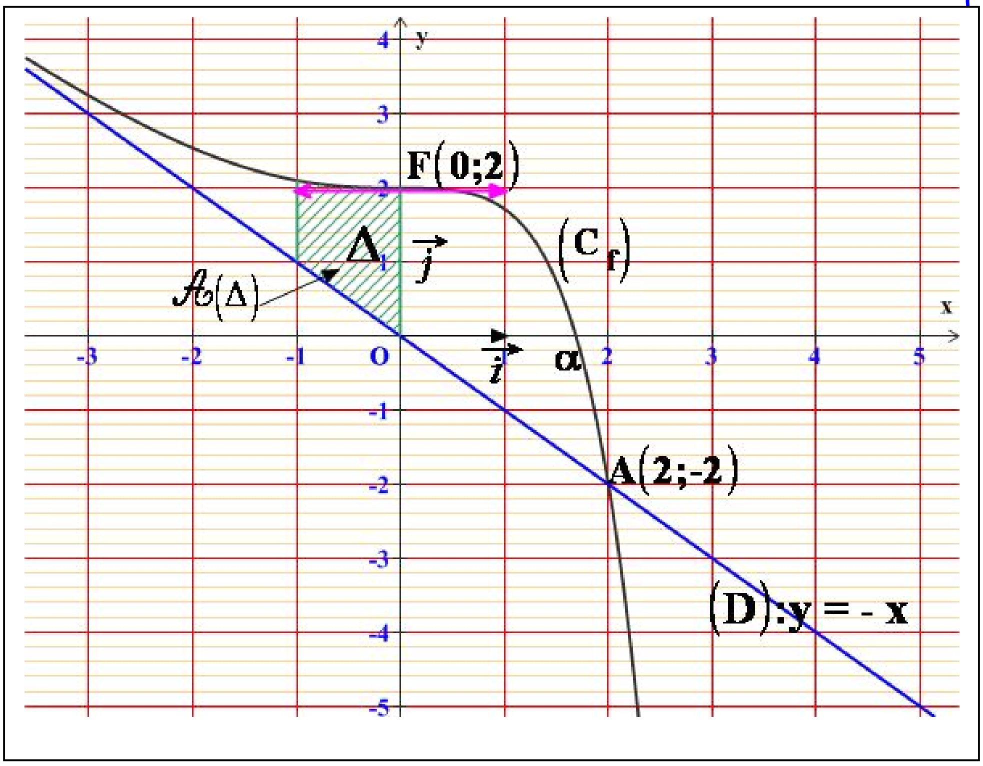
$\Leftrightarrow -x\geq 0$ $\quad$ (لأن $e^x>0$)

$\Leftrightarrow x\leq 0$

ومنه : f'' تنعدم وتغير الإشارة في : 0 .

وبالتالي $(\mathscr{C})$ يقبل نقطة انعطاف وحيدة زوج إحداثيتيها هو $(0;2)$

ب- إنشاء المنحنى $(\mathscr{C})$



7. أ – حساب التكامل: $\int_{-1}^{0}(2-x)e^{x}dx$

نضع : $\begin{cases} u(x)=2-x \\ v'(x)=e^{x} \end{cases}$ إذن : $\begin{cases} u'(x)=-1 \\ v(x)=e^{x} \end{cases}$

u و v قابلتين للاشتقاق على $[-1;0]$ بحيث : u' و v' متصلتين على $[-1;0]$

إذن :
$$\int_{-1}^{0}(2-x)e^{x}dx=\left[(2-x)e^{x}\right]_{-1}^{0}-\int_{-1}^{0}-e^{x}dx$$
$$=2-\left(3e^{-1}\right)+\left[e^{x}\right]_{-1}^{0}$$
$$=2-\frac{3}{e}+1-\frac{1}{e}$$
$$=3-\frac{4}{e}$$

إذن : $\int_{-1}^{0}(2-x)e^{x}dx=3-\frac{4}{e}$

ب- مساحة الحيز Δ المحصور بين $(\mathscr{C})$ والمستقيم $(\mathscr{D})$ والمستقيمين اللذين معادلتاهما : $x=0$ و $x=-1$

لدينا: $\mathscr{A}(\Delta)=\int_{-1}^{0}\left|f(x)-y\right|dx$ بوحدة قياس المساحة

بما أن: $(\mathscr{C})$ يوجد فوق المستقيم (D) على $[-1;0]$.

فإن : $\left|f(x)-y\right|=\left|f(x)+x\right|=f(x)+x=(2-x)e^{x}$

وبالتالي : $\mathscr{A}(\Delta)=\int_{-1}^{0}(2-x)e^{x}dx$ بوحدة قياس المساحة .

وحسب السؤال أ- : $\mathscr{A}(\Delta)=\left(3-\frac{4}{e}\right)cm^{2}$