النقطة النهائية	
بالحروف	بالأرقام
Vingt	20,00
على عشرون	20

امتحان البكالوريا

المــادة : الرياضيات

الشعبة أو المسلك :

43582

اسم المصحح (ة) وتوقيعه (ها): احمد ...

النقط الجزئية

17

التمرين الأول :

الجزء I :

1) أ- لدينا :

$$\lim_{+\infty}(f_m(x)-mx+2)=\lim_{+\infty}\frac{-2e^x}{1+e^x}+mx-mx+2$$

$$=\lim_{+\infty}\frac{-2e^x}{1+e^x}+2$$

$$=\lim_{+\infty}-2\left(\frac{e^x}{1+e^x}-1\right)$$

$$=\lim_{+\infty}-2\left(\frac{e^x-1-e^x}{1+e^x}\right)$$

$$=\lim_{+\infty}+2\left(\frac{1}{1+e^x}\right)$$

$$=0\quad\left(\text{لأن } \lim_{+\infty}e^x+1=0\right)$$

0,5

اذن (C_f) يقبل مقارب مائل عند $+\infty$ معادلته
$y=mx-2$

ب- لدينا (اذا كان $m\neq0$)

$$\lim_{-\infty}f_m(x)=\lim_{-\infty}\frac{-2e^x}{1+e^x}+mx$$

$$=-\infty\quad\left(\text{لأن } \lim_{-\infty}-2e^x=0 \text{ و } \lim_{-\infty}1+e^x=1\right)$$

0,5

ولدينا :

$$\lim_{-\infty}\frac{f_m(x)}{x}=\lim_{-\infty}\frac{-2e^x}{x(1+e^x)}+m$$

⚠ حالة $m=0$ في آخر الورقة

$$=\lim_{-\infty}\frac{-1}{x}\times\frac{2e^x}{1+e^x}+m$$

$$=m\quad\left(\text{لأن } \lim_{-\infty}\frac{2e^x}{1+e^x}=0 \text{ و } \lim_{-\infty}\frac{-1}{x}=0\right)$$

مجموع نقط الصفحة

النقط الجزئية

ولدينا: $\lim\limits_{-\infty} f_n(x) - nx = \lim\limits_{-\infty} \dfrac{-2e^x}{1+e^x} + nx - nx$

$$= \lim_{-\infty} \frac{-2e^x}{1+e^x}$$

$$= 0$$

إذن (C_f) يقبل مقارب (Δ_n) عند $-\infty$ معادلته

$$\underline{y = nx}$$

2) أ- لدينا $x \mapsto nx$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

ولدينا: $x \mapsto -2e^x$ قا. للاشت على $\mathbb{R}$

وأيضا: $x \mapsto 1+e^x$ قا. للاشت على $\mathbb{R}$ و لا تنعدم

إذن $x \mapsto \dfrac{-2e^x}{1+e^x}$ قا. للاشت على $\mathbb{R}$

وبالتالي f_n قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ لمجموع دالتين قا. للاشت.

لكل x من $\mathbb{R}$:
لدينا:

$$f'_n(x) = \left(\frac{-2e^x}{1+e^x}\right)' + n$$

$$= \frac{-2e^x(1+e^x) - (-2e^x(e^x))}{(1+e^x)^2} + n$$

$$= \frac{-2e^x(1+e^x - e^x)}{(1+e^x)^2} + n$$

$$= \frac{-2e^x}{(1+e^x)^2} + n$$

0,5

مجموع نقط الصفحة

النقط الجزئية

ب- لكل x من $\mathbb{R}$:

لدينا :

$$(1-e^x)^2 \geq 0$$

اذن $1-2e^x+e^{2x} \geq 0$

اذن $1+2e^x+e^{2x}-4e^x \geq 0$

وبالتالي $(1+e^x)^2-4e^x \geq 0$

اذن $(1+e^x)^2 \geq 4e^x$

وبما أن $(1+e^x)^2$ موجبة لكل x من $\mathbb{R}$

و لا تنعدم

فان $\frac{4e^x}{(1+e^x)^2} \leq 1$

0,5

ج- اذا كانت $m=0$:

فان لكل x من $\mathbb{R}$:

$$f_0'(x)=\frac{-2e^x}{(1+e^x)^2}$$

اذن لكل x من $\mathbb{R}$: $f_0'(x)<0$

وبالتالي لكل x من $\mathbb{R}$ f_0 تناقصية قطعا

0,25

x	$-\infty$	
$f_0'(x)$		$-$
$f_0(x)$		

مجموع نقط الصفحة

NOTE DEFINITIVE	
EN CHIFFRES	EN LETTRES
..../20	....sur vingt

EXAMEN DU BACCALAURÉAT

SÉRIE / OPTION : ....

MATIERE : ....

NOM DE CORRECTEUR ET SIGNATURE : ....

النقط الجزئية

1) ب - تتمة السؤال ب :

* اذا كان $m=0$

فان

$$\lim_{-\infty} f_m(x) = \lim_{-\infty} \frac{-2e^x}{1+e^x} + mx$$

$$= \lim_{-\infty} \frac{-2e^x}{1+e^x}$$

$$= 0$$

اذن (C_f) يقبل مقارب عند $-\infty$ معادلته $y=0$

مجموع نقط الصفحة

بالحروف	بالأرقام
على عشرون	20

المــادة : ....

الشعبة أو المسلك : ....

اسم المصحح (ة) وتوقيعه (ها):

2

تتمة التمرين 1 :

تتمة السؤال : 2) ج :

* حالة $m \neq 0$ أي $m \geq 1$:

لدينا حسب ما سبق : لكل x من $\mathbb{R}$:

$(1+e^x)^2 \geq 4e^x$

وبما أن $m \geq 1$

فإن : $m(1+e^x)^2 \geq (1+e^x)^2$

إذن $m(1+e^x)^2 \geq 4e^x$

وبالتالي $m(1+e^x)^2 - 2e^x \geq 2e^x$

إذن $m(1+e^x)^2 - 2e^x > 0$

ولدينا لكل x من $\mathbb{R}$:

$$f_m'(x) = \frac{-2e^x}{(1+e^x)^2} + m$$

$$= \frac{m(1+e^x)^2 - 2e^x}{(1+e^x)^2}$$

إذن لكل x من $\mathbb{R}$: $f_m'(x) > 0$

وبالتالي f_m تزايدية قطعا على $\mathbb{R}$

النقط الجزئية

مجموع نقط الصفحة

إذن، $n \neq 0$:

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'_n(x)$		$+$	
$f_n(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

لأن :

$$\lim_{+\infty} f_n(x) = \lim_{+\infty} \frac{-2e^x}{1+e^x} + nx$$

$$= \lim_{+\infty} \frac{-2e^x - 2 + 2}{1+e^x} + nx$$

$$= \lim_{+\infty} -2 + \frac{2}{1+e^x} + nx$$

$$= +\infty. \quad \left(\lim_{+\infty} \frac{1}{1+e^x} = 0 \quad \text{لأن} \right)$$

وفي حالة $n = 0$:

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'_0(x)$		$-$	
$f_0(x)$	0	$\searrow$	-2

لأن

$$\lim_{+\infty} f_0(x) = \lim_{+\infty} \frac{-2e^x}{1+e^x}$$

$$= \lim_{+\infty} -2 + \frac{2}{1+e^x}$$

$$= -2$$

النقط الجزئية

3) - أ - لدينا: لكل x من $\mathbb{R}$: $f_m'(x) = \dfrac{-2e^x}{(1+e^x)^2} + m$

اذن $f_m'(0) = \dfrac{-2}{4} + m$

أي $f_m'(0) = m - \dfrac{1}{2}$

اذن معادلة المماس لـ (C_m) عند I:

هي: $y = \left(m - \dfrac{1}{2}\right)x + f_m(0)$

أي $y = x\left(m - \dfrac{1}{2}\right) - 1$

0,5

ب - لدينا: $x \mapsto -2e^x$ قا. للاشتقاق على $\mathbb{R}$.

و $x \mapsto (1+e^x)^2$ قا. للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولا تنعدم

ومنه $x \mapsto \dfrac{-2e^x}{(1+e^x)^2}$ قا. للاشتقاق على $\mathbb{R}$.

اذن $x \mapsto \dfrac{-2e^x}{(1+e^x)^2} + m$ قا. للاشتقاق على $\mathbb{R}$.

وبالتالي: لكل x من $\mathbb{R}$: لدينا:

$$f_m''(x) = \frac{-2e^x(1+e^x)^2 + 2e^x\left(2(1+e^x)e^x\right)}{(1+e^x)^4}$$

$$= \frac{2e^x(1+e^x)(-1-e^x+2e^x)}{(1+e^x)^4}$$

$$2e^x(1+e^x)(e^x-1)$$

مجموع نقط الصفحة

NOTE DEFINITIVE	
EN CHIFFRES	EN LETTRES
20	sur vingt

EXAMEN DU BACCALAURÉAT

SÉRIE / OPTION :

MATIERE :

NOM DE CORRECTEUR ET SIGNATURE :

النقط الجزئية

ولدينا لكل x من $\mathbb{R}$: $f_m''(x) = 0 \Leftrightarrow e^x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$

* من جهة اخرى لدينا:
* لكل x من $\mathbb{R}$:
لدينا

$x > 0 \Leftrightarrow e^x > 1$

$\Leftrightarrow e^x - 1 > 0$

وايضا: $x < 0 \Leftrightarrow e^x < 1$

$\Leftrightarrow e^x - 1 < 0$

~~I~~

وبالتالي: $\begin{cases} f_m''(x) > 0 & \text{اذا كان } x > 0 \\ f_m''(x) < 0 & \text{اذا كان } x < 0 \end{cases}$

والمعادلة $f_m''(x) = 0$ تقبل حل وحيد في $\mathbb{R}$

هو $x = 0$

وبالتالي النقطة I ذات الأفصول 0

هي نقطة الانعطاف الوحيدة لـ (C_m)

0,5

مجموع نقط الصفحة

النقطة النهائية	
بالحروف	بالأرقام
.... على عشرون	20

امتحان البكالوريا

المـــادة : ....

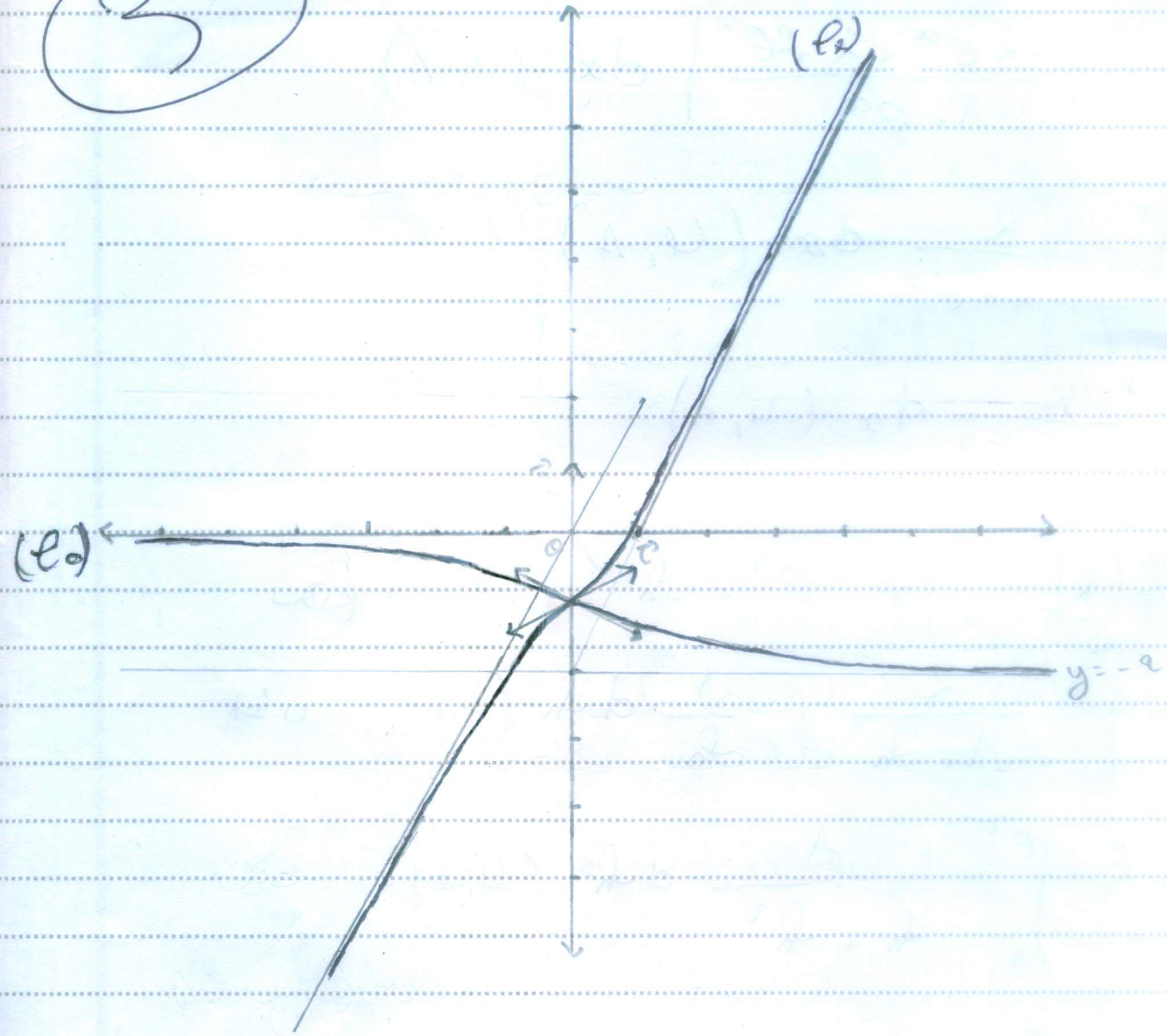
الشعبة أو المسلك : ....

اسم المصحح (ة) وتوقيعه (ها): ....

النقط الجزئية
0,1

3

4) تمثيل $(\mathcal{C}_0)$ و $(\mathcal{C}_2)$:



5)

أ- ~~f_m~~ : ~~[illegible]~~

* لدينا f_m متصلة على $\mathbb{R}$.

* $x \mapsto mx - 2$ متصلة على $\mathbb{R}$

* اذن $x \mapsto f_m(x) - mx - 2$ متصلة على $\mathbb{R}$.

مجموع نقط الصفحة

إذن لكل $t>0$:

$$A(t) = \int_0^t |f(x) - y| \, dx \; (u,A)$$

$$= \int_0^t \left| \frac{-2e^x}{1+e^x} + \cancel{x} - \cancel{x} + 2 \right| dx \; (u,A)$$

$$= \int_0^t \left| \frac{\cancel{-2e^x} + 2 \cancel{+2e^x}}{1+e^x} \right| dx \; (u,A)$$

$$= \int_0^t \frac{2}{1+e^x} \, dx \; (u,A)$$

$$= \int_0^t \frac{2}{1+e^x} \, dx \; (u,A)$$

نضع: $e^x = h$ إذن: $x = \ln(h)$

إذن $$A(t) = \int_1^{e^t} \frac{2}{1+h} \times \frac{1}{h} \, dh \; (u,A)$$

$$= 2 \int_1^{e^t} \frac{1}{h+h^2} \, dh \; (u,A)$$

$$= 2 \int_1^{e^t} \frac{1}{h} - \frac{1}{h+1} \, dh \; (u,A)$$

$$= 2 \left(\left[\ln|h| \right]_1^{e^t} - \left[\ln|h+1| \right]_1^{e^t} \right) (u,A)$$

$$= 2 \left(t - \left[\ln(e^t+1) - \ln(2) \right] \right) (u,A)$$

$$= 2t - 2\ln(e^t+1) + 2\ln(2) \; (u,A)$$

0,5

ب ـ لدينا

$$\lim_{+\infty} A(t) = \lim_{+\infty} 2t - 2\ln(e^t+1) + 2\ln(2)$$

$$= \lim_{+\infty} 2\left(t - \ln(e^t+1) + \ln(2)\right)$$

$$= \lim_{+\infty} 2\left(t - \ln\left(e^t\left(1+\frac{1}{e^t}\right)\right) + \ln(2)\right)$$

$$= \lim_{+\infty} 2\left(t - \ln(e^t) - \ln\left(1+\frac{1}{e^t}\right) + \ln(2)\right)$$

$$= \lim_{+\infty} 2\left(\ln(2) - \ln\left(1+\frac{1}{e^t}\right)\right)$$

$$= 2\ln(2) \quad \left(\lim_{+\infty} \ln\left(1+\frac{1}{e^t}\right) = 0 \text{ لأن }\right)$$

الجزء II :

1) أ ـ لدينا f_0 متصلة على $\mathbb{R}$

و أيضا f_0 تناقصية قطعا على $\mathbb{R}$.

اذن f_0 تقابل من $\mathbb{R}$ نحو J حيث :

$$J = f_0(]-\infty, +\infty[) =]-2, 0[$$

أ ـ لدينا f_0 قا للاشتقاق على $\mathbb{R}$.

و $x \mapsto x$ قا. للاشتقاق على $\mathbb{R}$.

اذن $U : x \mapsto f_0(x) - x$ قا. للاشتقاق على $\mathbb{R}$.

* لكل x من $\mathbb{R}$:

لدينا :

$$\left(f_0(x) - x\right)' = f_0'(x) - 1$$

NOTE DEFINITIVE	
EN CHIFFRES	EN LETTRES
20	sur vingt

EXAMEN DU BACCALAURÉAT

SÉRIE / OPTION :

MATIERE :

NOM DE CORRECTEUR ET SIGNATURE :

النقط الجزئية

لدينا وهكذا:

$$U(x) = f_0'(x) - 1 = \frac{-2e^x}{(1+e^x)^2} - 1$$

$$= \frac{-[(1+e^x)^2 + 2e^x]}{(1+e^x)^2}$$

إذن لكل x من

$$U'(x) < 0$$

وبالتالي U تناقصية قطعا على IR.

وبما أن U قا. الاشتقاق على IR فإنها متصلة على IR.

إذن U تقابل من IR نحو J حيث:

$$J = U(]-\infty ; +\infty[) =]-\infty , +\infty[$$

وبما أن $0 \in J$

أي $0 \in U(]-\infty, +\infty[)$

إذن المعادلة $U(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في IR

إذن المعادلة $f_0(x) = x$ تقبل حلا وحيدا في IR

مجموع نقط الصفحة

بالحروف	بالأرقام
على عشرون	20

المادة :

الشعبة أو المسلك :

اسم المصحح (ة) وتوقيعه (ها):

النقط الجزئية

تصحيح التمرين ①

الجزء II :

ب- لكل x من $\mathbb{R}$،

لدينا:

$$|f_0'(x)| = \frac{2e^x}{(1+e^x)^2}$$

نعلم أن

$$\frac{4e^x}{(1+e^x)^2} \leqslant 1$$

إذن

$$\frac{2e^x}{(1+e^x)^2} \leqslant \frac{1}{2}$$

0,5

و بالتالي

$$|f_0'(x)| \leqslant \frac{1}{2}$$

2) أ- ليكن n من $\mathbb{N}$:

لدينا f_0 قا. للاش على $\mathbb{R}$.

إذن f_0 متصلة على المجال المفتوح المحدود ب α و u_n

و f_0 قا. للاش على المجال المغلق I' المحدود

ب α و u_n.

إذن حسب T.A.F:

$$\exists c \in I', \quad f_0'(c) = \frac{f(u_n) - f(\alpha)}{u_n - \alpha}$$

نعلم أن: $|f_0'(x)| \leqslant \frac{1}{2}$ لكل x من $\mathbb{R}$.

مجموع نقط الصفحة

فان $|f_0'(c)| \leqslant \frac{1}{2}$

اذن $\left|\frac{f_0(u_n) - f_0(\alpha)}{u_n - \alpha}\right| \leqslant \frac{1}{2}$

نعلم أن $f_0(u_n) = u_{n+1}$ و $f_0(\alpha) = \alpha$

اذن $|u_{n+1} - \alpha| \leqslant \frac{1}{2}|u_n - \alpha|$

0,5

ب - الترجع :

لأجل $n = 0$:

لدينا $u_0 = 0$

اذن $|0 - \alpha| \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^0 |\alpha|$

عبارة صحيحة.

ليكن n من $\mathbb{N}$:

نفترض أن $|u_n - \alpha| \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^n |\alpha|$

لنبين أن $|u_{n+1} - \alpha| \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} |\alpha|$

لدينا حسب ما سبق و حسب الافتراض :

$$\begin{cases} |u_n - \alpha| \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^n |\alpha| \\ |u_{n+1} - \alpha| \leqslant \frac{1}{2}|u_n - \alpha| \end{cases}$$

اذن

$$\begin{cases} \frac{1}{2}|u_n - \alpha| \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} |\alpha| \\ |u_{n+1} - \alpha| \leqslant \frac{1}{2}|u_n - \alpha| \end{cases}$$

إذن $|u_{n+1}-\alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}|\alpha|$

إذن حسب مبدأ التراجع،

~~لكل n~~ $(\forall n \in \mathbb{N})$ ؛ $|u_n-\alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n|\alpha|$

ج- لدينا: لكل n من $\mathbb{N}$:

$|u_n-\alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n|\alpha|$

و لدينا: $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n|\alpha| = 0$

لأن $\frac{1}{2}<1$

إذن $\lim\limits_{+\infty} u_n = \alpha$

الجزء III :

1) أ- لكل n من $\mathbb{N}^*-\{1\}$،

لدينا f_n متصلة على $\mathbb{R}$.

و f_n تزايدية قطعا على $\mathbb{R}$.

إذن f_n تقابل من $\mathbb{R}$ نحو J حيث

$J = f_n(]-\infty;+\infty[) =]-\infty;+\infty[$

بما أن $0 \in]-\infty;+\infty[$

أي $0 \in f(]-\infty;+\infty[)$

فإن المعادلة $f_n(x)=0$ تقبل حلا وحيدا x_n في $\mathbb{R}$

BACCALAUREAT

20	sur vingt

SÉRIE / OPTION :

MATIERE :

NOM DE CORRECTEUR ET SIGNATURE :

النقط الجزئية

ب- لكل $n \geq 2$

لدينا f_n متصلة على $]0,1[$

و $f_n(0) = -1$ و $f_n(1) = \frac{-2e}{1+e} + n$

إذن $\cancel{f_n(0) = -1}$

ونعلم أن $\frac{2e}{1+e} < 1,47$

إذن $\frac{-2e}{1+e} > -1,47$

وبالتالي $\frac{-2e}{1+e} + n > -1,47 + n$

بما أن $n \geq 2$

فإن $n - 1,47 > 0$

إذن $f_n(1) > 0$

وبالتالي $f_n(1) \times f(0) < 0$

إذن حسب T.V.I المعادلة $f_n(x) = 0$
تقبل حلا على الأقل في $]0,1[$

بما أن $f_n(x) = 0$ تقبل حل وحيد x_n في $\mathbb{R}$
فإن $0 < x_n < 1$

مجموع نقط الصفحة