المملكة المغربية
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين جهة الدار البيضاء - سطات

الشعبة أو المسلك : علوم رياضية أ المستوى 2Bac

J 2149

امتحان نيل شهادة البكالوريا

النقطة النهائية	على
20,00	20
عشرون نقطة	بالحروف

مادة : الرياضيات

532511

التقدير المفسر للنقطة

خاص بكتابة الإمتحان

اسم المصحح(ة) و توقيعه(ها)

البنيات الجبرية :

1 - لدينا $M(1,0) = I \in E$ إذن E مجموعة غير فارغة

و $E \subset M_2(\mathbb{R})$ لأنها مجموعة المصفوفات المربعة من الرتبة 2 .

- ليكن x و y و a و b عناصر من $\mathbb{R}$

$$M(x,y) - M(a,b) = \begin{pmatrix} x & -2y \\ y & x+2y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a & -2b \\ b & a+2b \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} x-a & -2y+2b \\ y-b & x-a+2y-2b \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} x-a & -2(y-b) \\ y-b & a-x+2(y-b) \end{pmatrix}$$

0,25

$$= M(x-a; y-b) \in E$$

لأن $x-a$ و $y-b$ عنصرين من $\mathbb{R}$

إذن E زمرة جزئية للزمرة $(M_2(\mathbb{R}),+)$

2 - أ- لدينا E جزء غير فارغ من $M_2(\mathbb{R})$

ليكن a و b و x و y و α من $\mathbb{R}$

$$M(a,b) + M(x,y) = \begin{pmatrix} a & -2b \\ b & a+2b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & -2y \\ y & x+2y \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a+x & -2b-2y \\ b+y & x+a+2b+2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+x & -2(b+y) \\ b+y & x+a+2(b+y) \end{pmatrix}$$

$$M(a,b) + M(x,y) = M(a+x, b+y) \in E$$

لأن $a+x$ و $b+y$ عنصرين من $\mathbb{R}$

تنبيه : يمنع على المترشح أن يمضي ورقته أو يجعل أية علامة يمكنها أن تبين أصله

$$\alpha \cdot M(a,b) = \alpha \cdot \begin{pmatrix} a & -2b \\ b & a+2b \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \alpha a & -2\alpha b \\ \alpha b & \alpha(a+2b) \end{pmatrix}$$

0,25

$$\underline{\alpha \cdot M(a,b)} = \begin{pmatrix} \alpha a & -2\alpha b \\ \alpha b & \alpha a + 2\alpha b \end{pmatrix} = \underline{M(\alpha a, \alpha b) \in E}$$

لأن αa و αb عنصرين من $\mathbb{R}$

إذن E فضاء متجهي جزئي للفضاء المتجهي $(M_2(\mathbb{R}),+,\cdot)$

ب - لنبين أن (I,J) أسرة مولدة للفضاء المتجهي $(E,+,\cdot)$

ليكن x و y من $\mathbb{R}$ $\quad I=M(1,0)\in E$ و $J=M(0,1)\in E$

$$M(x,y) = \begin{pmatrix} x & -2y \\ y & x+2y \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -2y \\ y & 2y \end{pmatrix}$$

$$= x \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + y \cdot \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= x \cdot M(1,0) + y \cdot M(0,1)$$

0,5

$$\underline{M(x,y) = x \cdot I + y \cdot J}$$

إذن (I,J) أسرة مولدة للفضاء المتجهي $(E,+,\cdot)$

لنبين أن (I,J) أسرة حرة

ليكن x و y عنصرين من $\mathbb{R}$

لدينا : $x \cdot I + y \cdot J = M(0,0)$

أي

$$\begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -2y \\ y & 2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين جهة الدار البيضاء - سطات

الشعبة أو المسلك : SMA .... المستوى ....

امتحان نيل شهادة البكالوريا

مادة : MAT

التقدير المفسر للنقطة

النقطة النهائية	
	على 20
	بالحروف

خاص بكتابة الإمتحان

اسم المصحح(ة) و توقيعه(ها) ....

تتمة البنيات الجبرية :

4 - أ - لدينا : $\varphi((x+iy)(a+ib)) = M(xa-yb+bx+ya\,;\,-bx-ya)$

$\varphi(a+ib)\times\varphi(x+iy) = M(a+b,-b)\times M(x+y,-y)$ (2)

ولدينا مما سبق أن : $M(x,y)\times M(a,b) = M(xa-2yb\,;\,xb+ya+2yb)$

أي :

$M(a+b;-b)\times M(x+y;-y) = M((x+y)(a+b)-2by\,;\,-y(a+b)-b(x+y)+2yb)$

$= M(xa+ya+xb+\cancel{yb}-\cancel{2by}\,;\,-ya-\cancel{yb}-bx-\cancel{by}+\cancel{2yb})$

$= M(xa-by+bx+ya\,;\,-ya-bx)$ (1)

0,5

إذن من (1) و (2) نستنتج أن :

$\varphi(a+ib)\times\varphi(x+iy) = M(xa-yb+bx+ya\,;\,-bx-ya)$

إذن :

$\varphi((x+iy)(a+ib)) = \varphi(a+ib)\times\varphi(x+iy)$

ومنه فإن φ تشاكل من $(\mathbb{C}^*,\times)$ نحو $(M_2(\mathbb{R}),\times)$

ب - لنبين أن : $\varphi(\mathbb{C}^*)\subset E^*$

ليكن $x+iy$ من $\mathbb{C}^*$

أي $(x,y)\neq(0,0)$ ولدينا : $\varphi(x+iy)=M(x+y,-y)$

ومنه $(x+y,-y)\neq(0,0)$ أي $M(x+y,-y)\neq M(0,0)$

إذن $M(x+y,-y)\in E-\{0\}$

أي $M(x+y,-y)\in E^*$ ومنه $\varphi(x+iy)\in E^*$

إذن $\varphi(\mathbb{C}^*)\subset E^*$

لنبين أن $E^*\subset\varphi(\mathbb{C}^*)$

ليكن $M(a,b)$ من E^*

أي $(a,b)\neq(0,0)$

ومنه $(a+b,-b) \neq (0,0)$

إذن $(a+b) - ib \in \mathbb{C}^*$

إذن $\varphi(a+b-ib) \in \mathbb{C}^*$

أي $M(a+b-b, +b) \in \varphi(\mathbb{C}^*)$

أي $M(a,b) \in \varphi(\mathbb{C}^*)$

إذن $E^* \subset \varphi(\mathbb{C}^*)$

إذن $\varphi(\mathbb{C}^*) = E^*$

0,5

ج - بما أن φ تشاكل من $(\mathbb{C}^*,\times)$ نحو $(M_2(\mathbb{R}),\times)$

و $(\mathbb{C}^*,\times)$ زمرة تبادلية

فإن $(\varphi(\mathbb{C}^*),\times)$ زمرة تبادلية

ولدينا $E^* = \varphi(\mathbb{C}^*)$

إذن $(E^*,\times)$ زمرة تبادلية

0,25

د- لدينا : $(E,+)$ زمرة تبادلية

و الضرب توزيعي بالنسبة للجمع في E حسب 3-

و $(E^*,\times)$ زمرة تبادلية $M(0,0)=0$ هو العنصر

المحايد في $(E,+)$

إذن $(E,+,\times)$ جسم تبادلي .

0,25

~~الحسابيات :~~

~~1- ليكن n عدد صحيح نسبي و p عدد أولي~~

~~لدينا $n^2 \equiv 1 [p]$~~

~~نضع $n \wedge p = d$~~

~~d يساوي p أو 1 لأن p أولي~~

~~نفترض أن $d=p$~~

~~أي p / n~~

~~ومنه p / n^2~~

~~وهذا تناقض لأن $n^2 \equiv 1 [p]$~~

~~ومنه p و n أوليين فيما بينهما~~

~~وبما أن p أولي موجب و $k > 0$; $p = 3+4k$~~

~~فإن حسب مبرهنة فيرما الصغرى : $n^{p-1} \equiv 1 [p]$~~

~~ومنه $n^{p-5} \times n^4 \equiv 1 [p]$; $(p > 5)$ ①~~

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين جهة الدار البيضاء - سطات

الشعبة أو المسلك : SMA .... المستوى ....

امتحان نيل شهادة البكالوريا

مادة : MAT

التقدير المفسر للنقطة

النقطة النهائية	على 20
....	
....	بالحروف

خاص بكتابة الإمتحان

اسم المصحح(ة) و توقيعه(ها) ....

التمرين 4 : التحليل :

1) أ- ليكن x من $]0,+\infty[$

$$\int_0^x \frac{t}{1+t}\,dt = \int_0^x \left(\frac{t+1}{1+t} - \frac{1}{1+t}\right)dt$$

$$= \int_0^x \left(1 - \frac{1}{1+t}\right)dt = \left[t - \ln(1+t)\right]_0^x$$

$$= x - \ln(1+x) - \ln(1)$$ إذن

0,5

$$\int_0^x \frac{t}{1+t}\,dt = x - \ln(1+x)$$

ب- ليكن x من $]0,+\infty[$ ، لدينا $u = t^2$

لدينا : $t = x \Longrightarrow u = x^2$

و $t = 0 \Longrightarrow u = 0$

ولدينا $u = t^2 \Longrightarrow t = \sqrt{u}$

أي $du = 2t\,dt$

0,8

ومنه $dt = \frac{du}{2t}$

إذن $$\int_0^x \frac{t}{1+t}\,dt = \int_0^{x^2} \frac{\sqrt{u}}{1+\sqrt{u}} \times \frac{1}{2\sqrt{u}} \times du$$

إذن $$\int_0^x \frac{t}{1+t}\,dt = \frac{1}{2}\int_0^{x^2} \frac{1}{1+\sqrt{u}}\,du$$

ج- لدينا $$\int_0^x \frac{t}{1+t}\,dt = \frac{1}{2}\int_0^{x^2} \frac{1}{1+\sqrt{u}}\,du$$

و $$\int_0^x \frac{t}{1+t}\,dt = x - \ln(1+x)$$

أي $$x - \ln(1+x) = \frac{1}{2}\int_0^{x^2} \frac{1}{1+\sqrt{u}}\,du$$

ولدينا $0 \leq u \leq x^2$ أي $0 \leq \sqrt{u} \leq x$

ومنه $1 \leq \sqrt{u}+1 \leq x+1$

أي $\frac{1}{x+1} \leq \frac{1}{\sqrt{u}+1} \leq 1$

بما أن الدالة $u \longmapsto \frac{1}{\sqrt{u}+1}$ متصلة على $[0,+\infty[$

فبالمرور إلى التكامل نحصل على : $(x>0)$

$$\frac{1}{2}\times\int_0^{x^2}\frac{1}{x+1}\,du \leq \frac{1}{2}\int_0^{x^2}\frac{1}{\sqrt{u}+1}\,du \leq \frac{1}{2}\int_0^{x^2}du$$

ومنه
$$\frac{1}{2(x+1)}\int_0^{x^2}du \leq x-\ln(x+1) \leq \frac{1}{2}\int_0^{x^2}du$$

أي
$$\frac{x^2}{2(x+1)} \leq x-\ln(x+1) \leq \frac{x^2}{2}$$

0,5

وبما أن $\frac{1}{x^2}>0$

فإن
$$\boxed{\frac{1}{2(x+1)} \leq \frac{x-\ln(x+1)}{x^2} \leq \frac{1}{2}}$$

2 - لدينا : $(\forall x \in]0,+\infty[)$ $\frac{1}{2(1+x)} \leq \frac{x-\ln(1+x)}{x^2} \leq \frac{1}{2}$

و $\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{2(1+x)} = \frac{1}{2}$

و $\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

إذن $\lim_{x\to 0^+}\frac{x-\ln(1+x)}{x^2} = \frac{1}{2}$

0,25

الجزء II :

1) أ - الإتصال على اليمين في 0 :

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+}\left(\frac{x+1}{x}\right)\ln(1+x)$$
$$= \lim_{x\to 0^+}(x+1)\times\frac{\ln(1+x)}{x}$$
$$= 1\times 1 = 1 = f(0)$$

0,25

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي

الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين جهة الدار البيضاء - سطات

الشعبة أو المسلك : SMA المستوى : ....

امتحان نيل شهادة البكالوريا

مادة : MAT

النقطة النهائية	على 20
....	بالحروف

التقدير المفسر للنقطة

خاص بكتابة الإمتحان

اسم المصحح(ة) و توقيعه(ها) ....

تتمة تمرين 4 التحليل، الجزء II

ب - (تتمة) لدينا $f'(x) > 0$ $(\forall x \in]0,+\infty[)$ 0,25

(البرهنة في الورقة السابقة)

ومنه f تزايدية قطعا على $[0,+\infty[$

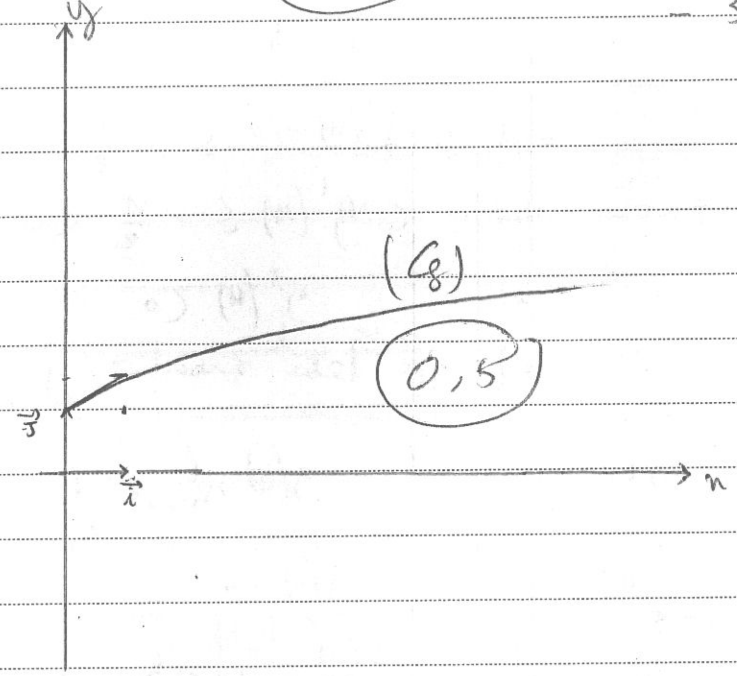
ج- نعلم أن f تزايدية قطعا،

$$f([0,+\infty[) = [f(0), \lim_{x\to+\infty} f(x)[$$

ونعلم أن $f(0) = 1$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

إذن $f([0,+\infty[) = [1,+\infty[$ 0,25

3 -



تنبيه : يمنع على المترشح أن يمضي ورقته أو يجعل أية علامة يمكنها أن تبين أصله

الجزء III

1 - أ - لدينا حسب I - ج ، لكل x من $]0,+\infty[$

$$\frac{1}{2(1+x)} \leq \frac{x - \ln(1+x)}{x^2} \leq \frac{1}{2}$$

و $f'(x) = \frac{x - \ln(1+x)}{x^2}$

و $x>0$ أي $\frac{1}{2(1+x)} > 0$

ومنه $0 < f'(x) \leq \frac{1}{2}$

إذن $0 \leq f'(x) \leq \frac{1}{2}$ ، $(\forall x \in]0,+\infty[)$

0,5

ب - ليكن x من $]0,+\infty[$

لدينا $g(x) = f(x) - x$ وبما أن f قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$ و الدالة $x \mapsto -x$ قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$ فإن g قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$

فإنه $g'(x) = f'(x) - 1$

ولدينا $0 \leq f'(x) \leq \frac{1}{2}$

ومنه $-1 \leq f'(x) - 1 \leq -\frac{1}{2}$

أي $-1 \leq g'(x) \leq -\frac{1}{2} < 0$

ومنه $g'(x) < 0$

إذن g تناقصية قطعا على $]0,+\infty[$.

0,25

ومنه $g(]0,+\infty[) =]\lim_{x\to+\infty} g(x), \lim_{x\to0^+} g(x)[$

لدينا $\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty} f(x) - x$

0,25

$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{f(x)}{x} - 1\right) \times x = -\infty$

لأن $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ حسب II - 1 ج

و $\lim_{x\to+\infty} -1 \times x = -\infty$

المملكة المغربية
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ

وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي

الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين جهة الدار البيضاء - سطات

الشعبة أو المسلك : SMA .... المستوى ....

امتحان نيل شهادة البكالوريا

مـادة : MAT

النقطة النهائية	على 20
	بالحروف

التقدير المفسر للنقطة

خاص بكتابة الإمتحان

اسم المصحح(ة) و توقيعه(ها) ....

تتمة التمرين 4 _ التحليل : III _ 2 _ ج _ تتمة الترجع

لدينا : $\frac{1}{2}|u_n-\alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}|a-\alpha|$ ①

و $|u_{n+1}-\alpha| \leq \frac{1}{2}|u_n-\alpha|$ ②

من ① و ② نستنتج أن :

0,25

$$|u_{n+1}-\alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}|a-\alpha|$$

إذن حسب مبدأ الترجع :

$$(\forall n\in\mathbb{N}) ; \quad |u_n-\alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n}|a-\alpha|$$

د _ لدينا : $(\forall n\in\mathbb{N}) ; \quad |u_n-\alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n}|a-\alpha|$

و $0<\frac{1}{2}<1$

أي $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^{n}=0$

إذن $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^{n}|a-\alpha|=0$

لأن $|a-\alpha|$ عدد حقيقي موجب

0,25

إذن حسب مصاديق التقارب :

$$\begin{cases} |u_n-\alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n}|a-\alpha| \\ \lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^{n}|a-\alpha|=0 \end{cases} \Longrightarrow \lim_{n\to+\infty}u_n=\alpha$$

إذن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ تؤول إلى α

التمرين 3 : $F(x) = \int_0^x e^{t^2}\,dt$, $D_F = \mathbb{R}$

1 - الدالة $t \xrightarrow{g} e^{t^2}$ متصلة على $\mathbb{R}$ لأن $t \xrightarrow{u} t^2$
متصلة على $\mathbb{R}$ و $u(\mathbb{R}) = \mathbb{R}^+ \subset \mathbb{R}$ و $x \mapsto e^x$ متصلة على $\mathbb{R}$
ومنه فإن g تقبل دالة أصلية φ على $\mathbb{R}$
و $F(x) = \varphi(x) - \varphi(0)$
و $\varphi(0)$ ثابتة ✓ 0,25
و الدالة φ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ (لأنها هي أصلية g)
ومنه F قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$
إذن F متصلة على $\mathbb{R}$ ✓
و $F'(x) = \varphi'(x)$
$= g(x)$ (لأن φ هي أصلية g)
$F'(x) = e^{x^2} > 0$ ✓ 0,25
لأن الدالة $x \mapsto e^x$ موجبة مهما يكن x من $\mathbb{R}$ ✓
إذن F تزايدية قطعا على $\mathbb{R}$

2 - أ - ليكن x من $]0,+\infty[$
لدينا $0 \leq t \leq x$ لأن $x > 0$
ومنه $0 \leq t^2 \leq x^2$
أي $1 \leq e^{t^2} \leq e^{x^2}$ (الدالة $x \mapsto e^x$ تزايدية ومتصلة على $\mathbb{R}$)
ومنه: $\int_0^x dt \leq \int_0^x e^{t^2}\,dt \leq \int_0^x e^{x^2}\,dt$ ($x>0$) بالمرور إلى التكامل نحصل على :
$\boxed{x \leq F(x)} \leq e^{x^2}\int_0^x dt$ ✓ 0,5
إذن $\forall x \in]0,+\infty[\quad x \leq F(x)$
و بما أن $\lim_{x \to +\infty} x = +\infty$
فإن $\lim_{x \to +\infty} F(x) = +\infty$ ✓

ب - ليكن x من $\mathbb{R}$
نعلم أن $(\forall x \in \mathbb{R}) : -x \in \mathbb{R}$
إذن D_F متماثلة بالنسبة للصفر.
$F(-x) = \int_0^{-x} e^{t^2}\,dt$
نضع $u = -t$ ✓

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين
جهة الدار البيضاء - سطات

الشعبة أو المسلك : SMA المستوى ....

امتحان نيل شهادة البكالوريا

مادة : MAT

النقطة النهائية	على 20
	بالحروف

التقدير المفسر للنقطة

خاص بكتابة الإمتحان

اسم المصحح(ة) و توقيعه(ها) ....

الأعداد العقدية (تتمة)

I - 2 $(E_m) = \{-1-i\ ;\ -im-1+i\}$

إذا كان $m = i\sqrt{2}$

فإن حلي المعادلة هما $z_1 = -1-i$ و $z_2 = -i\sqrt{2}-1+i$

$* \ z_1 = -1-i = -\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right) = -\sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{4}}$

$= \sqrt{2}\,e^{i\left(\frac{\pi}{4}+\pi\right)}$

$\boxed{z_1 = \sqrt{2}\,e^{i\frac{5\pi}{4}}}$

0,5

$* \ z_2 = -i\sqrt{2}-1+i$

$= -\sqrt{2}\,i - \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i\right) = -\sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{2}} - \sqrt{2}\,e^{-i\frac{\pi}{4}}$

$= -\sqrt{2}\left(e^{i\frac{\pi}{2}} + e^{-i\frac{\pi}{4}}\right)$

$= \sqrt{2}\,e^{i\pi} \times e^{i\frac{\pi}{8}}\left(e^{+i\frac{3\pi}{8}} + e^{-i\frac{3\pi}{8}}\right)$

$= \sqrt{2} \times 2\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right) \times e^{i\pi} \times e^{i\frac{\pi}{8}}$

$\left(\cos\frac{\pi}{8} > 0\right)$

$\boxed{z_2 = 2\sqrt{2}\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)\ e^{i\frac{9\pi}{8}}}$

II - 1 - أ - الصيغة العقدية للدوران R هو $z' = e^{-i\frac{\pi}{2}}(z-c)+c$

حيث c لحق مركزه

ونعلم أن مركز الدوران يكون نقطة صامدة بالدوران

لنتحقق من أن $\Omega(w)$ نقطة صامدة بالدوران R:

$-iw-1+i = -i\times i-1+i$

$= \cancel{1}-\cancel{1}+i = i = w$ ✓

0,25

إذن w نقطة صامدة بالدوران R إذن فهو مركز الدوران.

$$a = e^{-i\frac{\pi}{2}}(b-w)+w$$

$$\Leftrightarrow a-w = -i(b-w)$$

$$\Leftrightarrow b-w = -\frac{1}{i}(a-w)$$

$$\Leftrightarrow b = w + i(a-w)$$

$$\Leftrightarrow b = i + i(-1-i-i)$$

$$\Leftrightarrow b = i - i + 2$$

$$\Leftrightarrow b = 2$$

لدينا : $A = R(B) \Leftrightarrow a = e^{-i\frac{\pi}{2}}(b-w)+w$

$$\Leftrightarrow w-a = -e^{-i\frac{\pi}{2}}(b-w)$$

$$\Leftrightarrow \frac{w-a}{b-w} = -e^{-i\frac{\pi}{2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{w-a}{w-b} = e^{-i\frac{\pi}{2}}$$

ولدينا $M' = R(M)$

أي $m' = e^{-i\frac{\pi}{2}}(m-w)+w$

ومنه $m'-a = e^{-i\frac{\pi}{2}}(m-w)+w-a$

أي $m'-a = \quad - e^{-i\frac{\pi}{2}}(b-w)$

أي $m'-a = \frac{w-a}{w-b}(m-w) - \frac{w-a}{w-b}(b-w)$

$$= \frac{w-a}{w-b}(m-w-b+w)$$

إذن $m'-a = \frac{w-a}{w-b}(m-b)$

A و M و Ω و B متداورة $\Leftrightarrow \overline{(\overrightarrow{\Omega B};\overrightarrow{\Omega A})} \equiv \overline{(\overrightarrow{MB};\overrightarrow{MA})}[\pi]$

$$\Leftrightarrow \arg\left(\frac{a-w}{b-w}\right) \equiv \arg\left(\frac{a-m}{b-m}\right)[\pi]$$

$\Leftrightarrow \quad \arg\left(\frac{a-w}{b-w}\right) - \arg\left(\frac{a-m}{b-m}\right) \equiv 0\,[\pi]$

$\Leftrightarrow \quad \arg\left(\frac{w-a}{w-b}\right) - \arg\left(\frac{m-a}{m-b}\right) \equiv 0\,[\pi]$

$\Leftrightarrow \quad \arg\left(\frac{w-a}{w-b} \times \frac{m-b}{m-a}\right) \equiv 0\,[\pi]$

$\Leftrightarrow \quad \arg\left(\frac{w-a}{w-b} \times (m-b) \times \frac{1}{m-a}\right) \equiv 0\,[\pi]$

$\Leftrightarrow \quad \arg\left(\frac{m'-a}{m-a}\right) \equiv 0\,[\pi]$

0,5

$\Leftrightarrow \quad \frac{m'-a}{m-a} \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow$ A و M و M' مستقيمية

إذن

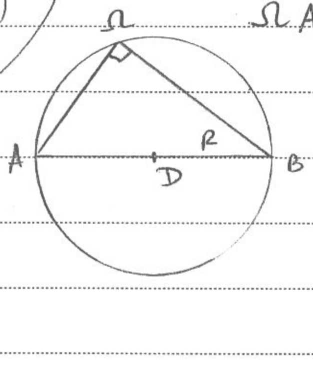
A و M و Ω و B متداورة $\Longleftrightarrow$ A و M و M' مستقيمية

ج-

A و M' و M مستقيمية $\Leftrightarrow$ A و M و Ω و B متداورة

$\Leftrightarrow$ M تنتمي إلى الدائرة المحيطة بالمثلث $A\Omega B$ ✓

0,5



ولدينا $A = R(B)$ أي $\Omega A = \Omega B$

و $(\Omega A) \perp (\Omega B)$

إذن $[AB]$ قطر للدائرة

ومنه مركز الدائرة هو منتصف $[AB]$

$z_D = \frac{a+b}{2} = \frac{-1-i+2}{2}$

لحق الشعاع $\boxed{z_D = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} i}$ ✓

R شعاع هذه الدائرة: $R = |D - \Omega| = \left|\frac{1}{2} - \frac{1}{2} i - i\right|$

$\boxed{R} = \left|\frac{1}{2} - \frac{3}{2} i\right| = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{9}{4}} = \boxed{\frac{\sqrt{10}}{2}}$ ✓

أ ب

$t = -x \Rightarrow u = x$

و $t = 0 \Rightarrow u = 0$

و $du = -dt \Rightarrow dt = -du$

إذن: حسب تغيير المتغير:

$$F(-x) = \int_0^{-x} e^{t^2} dt = -\int_0^{x} e^{u^2} du$$

$$F(-x) = -F(x)$$

إذن F دالة فردية

0,8

بما أن الدالة فردية

و $\lim_{x \to +\infty} F(x)$

فإنه

نضع $t = -x$

$$\lim_{x \to -\infty} F(x) = \lim_{t \to +\infty} F(-t)$$

لأن F فردية $= \lim_{t \to +\infty} -F(t)$

إذن $\lim_{x \to -\infty} F(x) = -\infty$

ج - لدينا F متصلة وتزايدية قطعا على $\mathbb{R}$

إذن F تقابل من $\mathbb{R}$ نحو $F(\mathbb{R})$

ومنه $F(\mathbb{R}) = \left] \lim_{x \to -\infty} F(x), \lim_{x \to +\infty} F(x) \right[$

0,5

$=]-\infty, +\infty[= \mathbb{R}$

ومنه F تقابل من $\mathbb{R}$ نحو $\mathbb{R}$

د - برهنت في 1 أن F قابلة للاشتقاق

على $\mathbb{R}$ و $F'(x) = e^{x^2}$ و $F(0) = 0 \Leftrightarrow G(0) = 0$

ومنه فإن F قابلة للاشتقاق

في الصفر $F'(0) = e^0 = 1 \neq 0$ و

ومنه فإن F' لا تنعدم في 0

0,8

إذن G قابلة للاشتقاق في 0

و $G'(0) = \dfrac{1}{F'(G(0))} = \dfrac{1}{F'(0)} = \dfrac{1}{1}$

إذن $\boxed{G'(0) = 1}$

ROYAUME DU MAROC

MINISTÈRE DE L'EDUCATION NATIONALE DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ACADÉMIE RÉGIONALE D'EDUCATION ET DE FORMATION REGION CASABLANCA - SETTAT

Série ou Filière : .... Niveau : ....

EXAMEN DU BACCALAUREAT

Matière : ....

Note définitive sur 20

Appréciations expliquant la note chiffrée

RESERVE AU SECRETARIAT

NOM DU CORRECTEUR ET SIGNATURE : ....

الأعداد العقدية:

1) أ- $z^2+(im+2)z+im+2-m=0$

$\Delta=(im+2)^2-4(im+2-m)$

$= -m^2+4+\cancel{4im}-\cancel{4im}-8+4m$

0,25

$= -m^2-4+4m$

$= (im)^2+(2i)^2-2\times 2i\times im$

إذن $\underline{\Delta=(im-2i)^2}$

ب- حالة 1- إذا كان $m=2$ فإن $\Delta=0$

ومنه المعادلة تقبل حلا وحيدا هو

$z=\dfrac{-im-2}{2}=\dfrac{-i\times 2-2}{2}=-1-i$

إذن $\boxed{z=-1-i}$

0,5

حالة 2 إذا كان $m\neq 2$ فإن $\Delta\neq 0$

ومنه للمعادلة حلين هما

$\begin{cases} z_1=\dfrac{-\cancel{im}-2+\cancel{im}-2i}{2} \\ z_2=\dfrac{-im-2-im+2i}{2} \end{cases}$ و

أي $\begin{cases} z_1=-1-i \\ z_2=-im-1+i \end{cases}$

إذن $(E_m)=\{-1-i\,;-im-1+i\}$

N.B : il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance

$$\lim_{x\to 0^+} g(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x) - x$$

$= f(0) - 0$ لأن f متصلة على اليمين في الصفر

$= 1$

إذن $g(]0,+\infty[) =]-\infty, 1[$

ج - ليكن x من $]0,+\infty[$

الدالة g متصلة على $]0,+\infty[$

لأن f متصلة على $]0,+\infty[$ و $x \mapsto -x$ متصلة

على $]0,+\infty[$

و الدالة g تناقصية قطعا على $]0,+\infty[$ إذن فهي تقابل.

ولدينا $0 \in g(]0,+\infty[) =]-\infty, 1[$

0,25 إذن $(\exists! \alpha \in]0,+\infty[) / \ g(\alpha) = 0$

إذن $(\exists! \alpha \in]0,+\infty[) / \ f(\alpha) - \alpha = 0$

أي $(\exists! \alpha \in]0,+\infty[) / \ f(\alpha) = \alpha$

2 - أ - ليكن a من $]0,+\infty[$

لأجل $n=0$ لدينا، $u_0 = a > 0$

ليكن n من $\mathbb{N}$

نفترض أن $u_n > 0$

لنبين أن $u_{n+1} > 0$

لدينا $u_n > 0$ و f تزايدية قطعا على $]0,+\infty[$

ومنه $f(u_n) > f(0)$

0,25 أي $f(u_n) > 1 > 0$

إذن $u_{n+1} > 0$

ومنه حسب مبدأ الترجع

$(\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_n > 0$

ROYAUME DU MAROC
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ

MINISTÈRE DE L'EDUCATION NATIONALE
DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
ACADÉMIE RÉGIONALE
D'EDUCATION ET DE FORMATION
REGION CASABLANCA - SETTAT

Série ou Filière : .... Niveau : ....

EXAMEN DU BACCALAUREAT

Matière : ....

Note définitive sur 20
....

Appréciations expliquant la note chiffrée

....

RESERVE AU SECRETARIAT

NOM DU CORRECTEUR ET SIGNATURE : ....

ب- لدينا : f متصلة على $[0,+\infty[$

و f قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$

ولدينا

$(\forall x \in]0,+\infty[) \; ; -\frac{1}{2} \leq 0 \leq f'(x) \leq \frac{1}{2}$

إذن! $(\forall x \in]0,+\infty[) \; ; \boxed{|f'(x)| \leq \frac{1}{2}}$

و $u_n > 0$ أي $u_n \in]0,+\infty[$

و α عنصر من $]0,+\infty[$

0,5

إذن α و u_n عنصرين من $]0,+\infty[$

إذن حسب متفاوتة التزايدات المنتهية:

$$|f(u_n) - f(\alpha)| \leq \frac{1}{2}|u_n - \alpha|$$

ولدينا $f(\alpha) = \alpha$ و $f(u_n) = u_{n+1}$

إذن $|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|u_n - \alpha|$

ج- لدينا من أجل $n=0$: $|u_0 - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^0 |a - \alpha|$

أي $|a - \alpha| \leq |a - \alpha|$

وهذا صحيح

ليكن n من $\mathbb{N}$

نفترض أن : $|u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n |a - \alpha|$

لنبين أن : $|u_{n+1} - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} |a - \alpha|$

0,25

لدينا $|u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n |a - \alpha|$

ومنه $\boxed{\frac{1}{2}|u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} |a - \alpha|}$ (1)

ولدينا حسب -2- III

$\boxed{|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|u_n - \alpha| \quad (2)}$

لأن $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$

و $\lim\limits_{x\to 0^+} 1+x = 1$

إذن f متصلة على اليمين في 0

ب - قابلية الاشتقاق :

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{x+1}{x}\times \ln(1+x) - 1}{x}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{(x+1)\ln(1+x) - x}{x^2}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{x\ln(1+x) + \ln(1+x) - x}{x^2}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{x\ln(1+x)}{x^2} - \frac{x-\ln(1+x)}{x^2}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(1+x)}{x} - \frac{x-\ln(1+x)}{x^2}$$

0,5

$$= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

لأن $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$

و $2-\text{I} \longrightarrow \lim\limits_{x\to 0^+} \frac{x-\ln(1+x)}{x^2} = \frac{1}{2}$

ج -

$$-\lim_{x\to +\infty} f(x) = \lim_{x\to +\infty} \left(\frac{x+1}{x}\right)\ln(1+x) = +\infty$$

0,25

لأن $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{x+1}{x} = \lim\limits_{x\to +\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{1} = 1$

و $\lim\limits_{x\to +\infty} \ln(1+x) = +\infty$

$$-\lim_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to +\infty} \frac{x+1}{x^2} \times \ln(1+x)$$

$$= \lim_{x\to +\infty} \frac{(x+1)^2}{x^2} \times \frac{\ln(1+x)}{1+x} = 0$$

0,25

ROYAUME DU MAROC
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ

MINISTÈRE DE L'EDUCATION NATIONALE
DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
ACADÉMIE RÉGIONALE
D'EDUCATION ET DE FORMATION
REGION CASABLANCA - SETTAT

Série ou Filière : .... Niveau : ....

EXAMEN DU BACCALAUREAT

Matière : ....

Note définitive sur 20
....

Appréciations expliquant la note chiffrée

RESERVE AU SECRETARIAT

NOM DU CORRECTEUR ET SIGNATURE : ....

لأن: $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln(1+x)}{1+x} = 0$

و $\lim_{x\to+\infty} \frac{(x+1)^2}{x^2} = \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{x+1}{x}\right)^2 = 1$

نستنتج مما سبق أن (C_f) يقبل فرعا شلجميا
باتجاه محور الأفاصيل $+\infty$

0,25

2 - أ- الدالة $x \mapsto \ln(1+x)$ قابلة للاشتقاق
على $]0,+\infty[$ لأنه $(\forall x\in\mathbb{R}^{+*}) : 1+x>0$

والدالة $x\mapsto x+1$ قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$
لأنها حدودية

والدالة $x\mapsto \frac{1}{x}$ قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$
لأنه مجال ضمن مجموعة تعريفها.

إذن f قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$ لأنها جداء
هذه الدوال.

0,5

ليكن $x\in]0,+\infty[$ ؛ نعلم أن f قابلة للاشتقاق
على $]0,+\infty[$ أي:

$$f'(x) = \frac{x+1}{x}\times\frac{1}{x+1} + \ln(1+x)\times\frac{x-(x+1)}{x^2}$$

$$= \frac{1}{x} - \frac{\ln(1+x)}{x^2}$$

إذن $f'(x) = \frac{x-\ln(1+x)}{x^2}$

ب- لدينا حسب I 2 :

$(\forall x\in]0,+\infty[)$:

$$\frac{1}{2(1+x)} \le \frac{x-\ln(1+x)}{x^2} = f'(x)$$

وبما أن $x>0$ فإن $\frac{1}{1+x}>0$ أي $\frac{1}{2(1+x)}>0$

إذن $(\forall x\in]0,+\infty[) : f'(x)>0$

ولدينا $n^2 \equiv 1 [p]$

أي $n^4 \equiv 1 [p]$

إذن $n^{p-5} \times n^4 \equiv n^{p-5} [p]$ (2)

من (1) و (2) نستنتج أن : $n^{p-5} \equiv 1 [p]$

2 - p

الحسابيات :

1 - ليكن n عدد صحيح نسبي و p عدد أولي

لدينا : $p-5 = 3+4k-5 = 4k-2$

$= 2(2k-1)$

ولدينا $k > 0$ ✓

أي $2k-1 > 0$

0,5

ولدينا : $n^2 \equiv 1 [p]$

أي $n^{2(2k-1)} \equiv 1^{2k-1} [p] \equiv 1 [p]$

إذن $n^{p-5} \equiv 1 [p]$ ✓

2 - أ - لدينا : $n^{p-5} \equiv 1 [p]$

أي $(\exists k \in \mathbb{Z}) : n^{p-5} = 1 + pk$

ومنه $n^{p-5} - pk = 1$ 0,5

أي $(p-6>0)$ $n^{p-6} \times n - pk = 1$ ✓

ومنه حسب مبرهنة بوزو (يوجد n^{p-6} و $-k$ من $\mathbb{Z}$)

n و p أوليين فيما بينهما .

ب - لدينا p عدد أولي موجب

و n و p أوليين فيما بينهما ✓

ومنه حسب مبرهنة فيرما الصغرى :

0,8 ✓ $n^{p-1} \equiv 1 [p]$

ج - لنتحقق أن $2+(k-1)(p-1)-k(p-5)=0$

لدينا : $2+(k-1)(p-1)-k(p-5) = 2+\cancel{k}p-p-k+1-\cancel{k}p+5k$

✓ $(p=3+4k$ لأن$)$ $= 3+4k-p = p-p = 0$

ROYAUME DU MAROC
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ

MINISTÈRE DE L'EDUCATION NATIONALE
DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ACADÉMIE RÉGIONALE
D'EDUCATION ET DE FORMATION

REGION CASABLANCA - SETTAT

Série ou Filière : .... Niveau : ....

EXAMEN DU BACCALAUREAT

Matière : ....

Note définitive sur 20 ....

Appréciations expliquant la note chiffrée ....

RESERVE AU SECRETARIAT

NOM DU CORRECTEUR ET SIGNATURE : ....

إذن $2+(k-1)(p-1)-k(p-5)=0$

ومنه $2+(k-1)(p-1)=k(p-5)$ 0,8

لدينا $n^{p-1}\equiv 1[p]$

أي $n^{(p-1)(k-1)}\equiv 1^{(k-1)}[p]\equiv 1[p]$

ومنه $n^{(p-1)(k-1)}\times n^2\equiv n^2[p]$

$\Rightarrow n^{2+(p-1)(k-1)}\equiv n^2[p]$

ولدينا $2+(p-1)(k-1)=k(p-5)$

إذن : $\Rightarrow n^{k(p-5)}\equiv n^2[p]$ ①

ولدينا : $n^{p-5}\equiv 1[p]$ 0,5

أي $n^{k(p-5)}\equiv 1^k[p]\equiv 1[p]$ ②

من ① و ② لدينا : $n^2\equiv 1[p]$

3 - لدينا حسب الأسئلة السابقة : $n^2\equiv 1[p]\Leftrightarrow n^{p-5}\equiv 1[p]$

في حالة $p=67$ لدينا : $67=3+4\times 16$

أي $n^{62}\equiv 1[67]\Leftrightarrow n^{67-5}\equiv 1[67]$

وبما أن $n^2\equiv 1[p]\Leftrightarrow n^{p-5}\equiv 1[p]$

فإن $n^{62}\equiv 1[67]\Leftrightarrow n^2\equiv 1[\ ]$

$\Leftrightarrow n^2-1\equiv 0[67]$

$\Leftrightarrow (n-1)(n+1)\equiv 0[67]$

$\Leftrightarrow n-1\equiv 0[67]$ أو $n+1\equiv 0[67]$

لأن 67 أولي

$n^{62}\equiv 1[67]\Leftrightarrow n=1+67k$ أو $n=67k-1$ (k من $\mathbb{Z}$)

إذن $S=\{1+67k\ ;\ 67k-1\ /\ k\in\mathbb{Z}\}$ 0,8

N.B : il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance

ومنه:

$$\begin{pmatrix} x & -2y \\ y & x+2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

أي $x=0$ و $y=0$ و $-2y=0$ و $x+2y=0$

إذن $\underline{x=0 \text{ و } y=0}$

ومنه (I,J) أسرة حرة.

أي (I,J) أساس للفضاء المتجهي الحقيقي $(E,+,\cdot)$

3- أ- نعلم أن E جزء غير فارغ من $M_2(\mathbb{R})$

ليكن a و b و x و y من $\mathbb{R}$

$$M(a,b)\times M(x,y) = \begin{pmatrix} a & -2b \\ b & a+2b \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x & -2y \\ y & x+2y \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} ax-2by & -2ya-2bx-4by \\ bx+ay+2by & \underline{-2by}+\underline{ax}+2ya+2bx+4by \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} ax-2by & -2(ya+bx+2by) \\ bx+ay+2by & ax-2by+2(ya+bx+2by) \end{pmatrix}$$

0,5

$$= M(ax-2by\,;\, bx+ay+2by) \in E$$

لأن $ax-2by$ و $bx+ay+2by$ عنصرين من $\mathbb{R}$

إذن E جزء مستقر من $(M_2(\mathbb{R}),\times)$

ب- لدينا: $(E,+,\cdot)$ فضاء متجهي حقيقي

أي $\underline{(E,+) \text{ زمرة تبادلية}}$

ولدينا: E زمرة جزئية للزمرة $(M_2(\mathbb{R}),+)$

أي E جزء مستقر من $(M_2(\mathbb{R}),+)$

ولدينا: E جزء مستقر من $(M_2(\mathbb{R}),\times)$

$$\Leftrightarrow \arg\left(\frac{a-w}{b-w}\right) - \arg\left(\frac{a-m}{b-m}\right) \equiv 0\ [\pi]$$

$$\Leftrightarrow \arg\left(\frac{w-a}{w-b}\right) - \arg\left(\frac{m-a}{m-b}\right) \equiv 0\ [\pi]$$

$$\Leftrightarrow \arg\left(\frac{w-a}{w-b} \times \frac{m-b}{m-a}\right) \equiv 0\ [\pi]$$

$$\Leftrightarrow \arg\left(\frac{w-a}{w-b} \times (m-b) \times \frac{1}{m-a}\right) \equiv 0\ [\pi]$$

$$\Leftrightarrow \arg\left(\frac{m'-a}{m-a}\right) \equiv 0\ [\pi]$$

0,5

$$\Leftrightarrow \frac{m'-a}{m-a} \in \mathbb{R}$$

⟺ A و M و M' مستقيمية

إذن

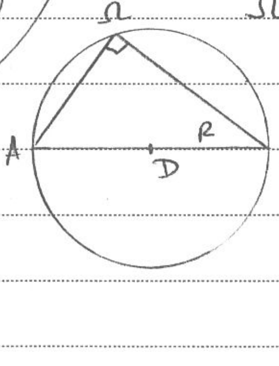
A و M و Ω و B متداورة ⟺ A و M و M' مستقيمية

ج-

A و M' و M مستقيمية ⟺ A و M و Ω و B متداورة

⟺ M تنتمي إلى الدائرة المحيطة بالمثلث $A\Omega B$ ✓

0,5



ولدينا $A = R(B)$ أي $\Omega A = \Omega B$

و $(\Omega A) \perp (\Omega B)$

إذن ف $[AB]$ قطر للدائرة.

ومنه مركز الدائرة هو منتصف $[AB]$

$$z_D = \frac{a+b}{2} = \frac{-1-i+2}{2}$$

لحق الشعاع $\boxed{z_D = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i}$ ✓

R شعاع هذه الدائرة: $R = |D - \Omega| = \left|\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i - i\right|$

$$\boxed{R} = \left|\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i\right| = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{9}{4}} = \boxed{\frac{\sqrt{10}}{2}}$$ ✓

ROYAUME DU MAROC
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ

MINISTÈRE DE L'EDUCATION NATIONALE
DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ACADÉMIE RÉGIONALE
D'EDUCATION ET DE FORMATION
REGION CASABLANCA - SETTAT

Série ou Filière : .... Niveau : ....

EXAMEN DU BACCALAUREAT

Matière : ....

Note définitive sur 20
....

Appréciations expliquant la note chiffrée
....

RESERVE AU SECRETARIAT

NOM DU CORRECTEUR ET SIGNATURE : ....

وبما أن الضرب توزيعي بالنسبة للجمع في $M_2(\mathbb{R})$

فإن الضرب توزيعي بالنسبة للجمع في E.

ونعلم أن E جزء مستقر من $(M_2(\mathbb{R}), \times)$

و الضرب تجميعي في $M_2(\mathbb{R})$

أي فهو تجميعي في E. - ليكن x و y و a و b من $\mathbb{R}$

لدينا : $M(a,b)\times M(x,y) = M(ax-2by ; bx+ay+2by)$

حسب السؤال السابق

و : $M(x,y)\times M(a,b) = \begin{pmatrix} x & -2y \\ y & x+2y \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a & -2b \\ b & a+2b \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} xa - 2yb & -2ay-2xb-4yb \\ xb+ya+2yb & -2yb+xa+2ay+2xb+4yb \end{pmatrix}$

0,5

$M(x,y)\times M(a,b) = M(xa-2yb ; xb+ya+2yb)$

ومنه $M(x,y)\times M(a,b) = M(a,b)\times M(x,y)$

إذن الضرب تبادلي في E.

ومنه نستنتج أن $(E,+,\times)$ حلقة تبادلية.

4- أ- ليكن $a+ib$ و $x+iy$ عنصرين من $\mathbb{C}^*$

$\varphi((x+iy)(a+ib)) = \varphi(xa+iya+ibx-yb)$

$= \varphi(xa-yb+i(bx+ya))$

$= M(xa-yb+bx+ya ; -bx-ya)$

N.B : il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance