

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة الاستدراكية 2015  
- الموضوع -

RS 22

ⵜⴰⴷⵓⴷⴰ ⵜⴰⵎⴳⴷⵓⴷⴰ  
ⵜⴰⵎⴳⴷⵓⴷⴰ ⵜⴰⵎⴳⴷⵓⴷⴰ  
ⵜⴰⵎⴳⴷⵓⴷⴰ ⵜⴰⵎⴳⴷⵓⴷⴰالمملكة المغربية  
وزارة التربية الوطنية  
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

[www.9alami.info](http://www.9alami.info)

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعبة أو المسلك

[www.9alami.info](http://www.9alami.info)

## تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

## مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

3 نقط	الهندسة الفضائية	التمرين الأول
3 نقط	الأعداد العقدية	التمرين الثاني
3 نقط	حساب الاحتمالات	التمرين الثالث
11 نقط	دراسة دالة عددية وحساب التكامل والمنتاليات العددية	المسألة

- بالنسبة للمسألة ، In يرمز للوغاريتم النبيري

[www.9alami.info](http://www.9alami.info)

**التمرين الأول ( 3 ن ):**

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  ، المستوى  $(P)$  الذي معادلته  $x + y + z + 4 = 0$

و الفلكة  $(S)$  التي مركزها  $\Omega(1, -1, -1)$  و شعاعها  $\sqrt{3}$

1- أ) احسب المسافة  $d(\Omega, (P))$  و استنتج أن المستوى  $(P)$  مماس للفلكة  $(S)$  0.75

ب) تحقق من أن النقطة  $H(0, -2, -2)$  هي نقطة تماس المستوى  $(P)$  و الفلكة  $(S)$  0.5

2- نعتبر النقطتين  $A(2, 1, 1)$  و  $B(1, 0, 1)$

أ) تحقق من أن  $\overline{OA} \wedge \overline{OB} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$  و استنتج أن  $x - y - z = 0$  هي معادلة ديكارتية للمستوى  $(OAB)$  0.75

ب) حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم  $(\Delta)$  المار من  $\Omega$  و العمودي على المستوى  $(OAB)$  0.5

ج) حدد مثلوث إحداثيات كل نقطة من نقطتي تقاطع المستقيم  $(\Delta)$  و الفلكة  $(S)$  0.5

[www.9alami.info](http://www.9alami.info)

**التمرين الثاني ( 3 ن ):**

1- حل في مجموعة الأعداد العقدية  $C$  المعادلة  $z^2 + 10z + 26 = 0$  0.75

2- نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$  ، النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $\Omega$  التي أحاقها

على التوالي هي  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $\omega$  بحيث  $a = -2 + 2i$  و  $b = -5 + i$  و  $c = -5 - i$  و  $\omega = -3$

أ) بين أن  $\frac{b - \omega}{a - \omega} = i$  0.5

ب) استنتج طبيعة المثلث  $\Omega AB$  0.5

3- لتكن النقطة  $D$  صورة النقطة  $C$  بالإزاحة  $T$  ذات المتجهة  $\vec{u}$  التي لحقها  $6 + 4i$

أ) بين أن اللق  $d$  للنقطة  $D$  هو  $1 + 3i$  0.5

ب) بين أن  $\frac{b - d}{a - d} = 2$  و استنتج أن النقطة  $A$  هي منتصف القطعة  $[BD]$  0.75

**التمرين الثالث ( 3 ن ):**

يحتوي صندوق على ثماني كرات: 3 كرات حمراء و 3 كرات خضراء و كرتان بيضاوان (لا يمكن التمييز بينها باللمس) نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إحلال كرتين من الصندوق .

1) نعتبر الحدث  $A$  التالي : " الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل " .  
و الحدث  $B$  التالي : " الحصول على كرتين من نفس اللون " . 1.5

بين أن  $p(A) = \frac{13}{28}$  و  $p(B) = \frac{1}{4}$

2) ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات البيضاء المسحوبة .

أ) بين أن  $p(X = 2) = \frac{1}{28}$  0.5

ب) حدد قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  و احسب الأمل الرياضي  $E(X)$  1

[www.9alami.info](http://www.9alami.info)

I- لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $IR$  بما يلي :  $g(x) = e^x - 2x$

(1) احسب  $g'(x)$  لكل  $x$  من  $IR$  ثم استنتج أن  $g$  تناقصية على  $]-\infty, \ln 2]$  و تزايدية على  $[\ln 2, +\infty[$  0.75

(2) تحقق من أن  $g(\ln 2) = 2(1 - \ln 2)$  ثم حدد إشارة  $g(\ln 2)$  0.5

(3) استنتج أن  $g(x) > 0$  لكل  $x$  من  $IR$  0.5

II- نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $IR$  بما يلي :  $f(x) = \frac{x}{e^x - 2x}$

و ليكن  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ( الوحدة  $1cm$  )

(1) أ) بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\frac{1}{2}$  ( لاحظ أن  $e^x - 2x = x \left( \frac{e^x}{x} - 2 \right)$  لكل  $x$  من  $IR^*$  ) 1

ب) أول هندسيا كل نتيجة من النتيجتين السابقتين . 0.5

(2) أ) بين أن  $f'(x) = \frac{(1-x)e^x}{(e^x - 2x)^2}$  لكل  $x$  من  $IR$  0.75

ب) ادرس إشارة  $f'(x)$  على  $IR$  ثم أعط جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $IR$  0.75

ج) بين أن  $y = x$  هي معادلة للمستقيم  $(T)$  المماس للمنحنى  $(C)$  في النقطة  $O$  أصل المعلم . 0.25

(3) أنشئ، في نفس المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ، المستقيم  $(T)$  والمنحنى  $(C)$  ( نأخذ  $\frac{1}{e-2} \approx 1,4$  ) و نقبل أن للمنحنى  $(C)$  نقطتي 1

انعطف أفصول إحداهما ينتمي إلى المجال  $]0, 1[$  و أفصول الأخرى أكبر من  $\frac{3}{2}$  )

(4) أ- بين أن  $xe^{-x} \leq \frac{x}{e^x - 2x} \leq \frac{1}{e-2}$  لكل  $x$  من المجال  $[0, +\infty[$  0.75

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن  $\int_0^1 xe^{-x} dx = 1 - \frac{2}{e}$  0.75

ج- لتكن ، ب  $cm^2$  ،  $A(E)$  مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى  $(C)$  و محور الأفاصيل و المستقيمين 0.5

اللذين معادلتاهما  $x=1$  و  $x=0$

بين أن  $1 - \frac{2}{e} \leq A(E) \leq \frac{1}{e-2}$

III- لتكن  $h$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]-\infty, 0]$  بما يلي :  $h(x) = f(x)$

(1) بين أن الدالة  $h$  تقبل دالة عكسية  $h^{-1}$  معرفة على مجال  $J$  يتم تحديده . 0.5

(2) أنشئ ، في نفس المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ، المنحنى  $(C_{h^{-1}})$  الممثل للدالة  $h^{-1}$  0.5

IV- لتكن  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بما يلي :  $u_0 = -2$  و  $u_{n+1} = h(u_n)$  لكل  $n$  من  $IN$

(1) بين بالترجع أن  $u_n \leq 0$  لكل  $n$  من  $IN$  0.5

(2) بين أن المتتالية  $(u_n)$  تزايدية ( يمكنك ملاحظة ، مبيانيا ، أن  $h(x) \geq x$  لكل  $x$  من المجال  $]-\infty, 0]$  ) 0.75

(3) استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة و حدد نهايتها . 0.75