المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⵏ ⵜⵎⴰⵡⴰⵙⵜ
ⴰ ⵙⵓⵔⵉⵖ ⴰⵙⵙⵓⵍ

المركز الوطني للتقويم
والامتحانات والتوجيه

# الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

## الدورة العادية 2016

## - الموضوع -

NS 22

★★

Φ

| المادة | الرياضيات | مدة الإنجاز | 3 |
|---|---|---|---|
| الشعبة أو المسلك | شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها | المعامل | 7 |

## تعليمات عامة

- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

## مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من أربعة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

| | | |
|---|---|---|
| التمرين الأول | المتتاليات العددية | 2.5 نقط |
| التمرين الثاني | الهندسة الفضائية | 3 نقط |
| التمرين الثالث | الأعداد العقدية | 3 نقط |
| التمرين الرابع | حساب الاحتمالات | 3 نقط |
| مسألة | دراسة دالة عددية و حساب التكامل | 8.5 نقط |

- بالنسبة للمسألة ، ln يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

## التمرين الأول : ( 2.5 ن )

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{3 + u_n}{5 - u_n}$ لكل $n$ من $IN$

0.75 1) تحقق من أن $u_{n+1} - 3 = \frac{4(u_n - 3)}{2 + (3 - u_n)}$ لكل $n$ من $IN$ ثم بين بالترجع أن $u_n < 3$ لكل $n$ من $IN$

2) لتكن $(v_n)$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $v_n = \frac{u_n - 1}{3 - u_n}$ لكل $n$ من $IN$

0.75 أ- بين أن $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ثم استنتج أن $v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ لكل $n$ من $IN$

0.5 ب- بين أن $u_n = \frac{1 + 3v_n}{1 + v_n}$ لكل $n$ من $IN$ ثم اكتب $u_n$ بدلالة $n$

0.5 ج- حدد نهاية المتتالية $(u_n)$

## التمرين الثاني: ( 3 ن )

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$، النقط $A(2, 1, 3)$ و $B(3, 1, 1)$ و $C(2, 2, 1)$ و الفلكة $(S)$ التي معادلتها $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 34 = 0$

0.5 1) أ- بين أن $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$

0.5 ب- استنتج أن $2x + 2y + z - 9 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى $(ABC)$

0.5 2) أ- بين أن مركز الفلكة $(S)$ هو النقطة $\Omega(1, -1, 0)$ و أن شعاعها هو 6

0.5 ب- بين أن $d(\Omega, (ABC)) = 3$ و استنتج أن المستوى $(ABC)$ يقطع الفلكة $(S)$ وفق دائرة $(\Gamma)$

0.5 3) أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم $(\Delta)$ المار من النقطة $\Omega$ و العمودي على المستوى $(ABC)$

0.5 ب- بين أن مركز الدائرة $(\Gamma)$ هو النقطة $B$

## التمرين الثالث: ( 3 ن )

0.75 1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 4z + 29 = 0$

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e_1}, \vec{e_2})$، النقط $\Omega$ و $A$ و $B$ التي ألحاقها على التوالي هي $\omega$ و $a$ و $b$ بحيث $\omega = 2 + 5i$ و $a = 5 + 2i$ و $b = 5 + 8i$

0.75 أ- ليكن $u$ العدد العقدي بحيث $u = b - \omega$

تحقق من أن $u = 3 + 3i$ ثم بين أن $\arg u \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$

0.25 ب- حدد عمدة للعدد العقدي $\bar{u}$ ( $\bar{u}$ يرمز لمرافق العدد العقدي $u$ )

0.75 ج- تحقق من أن $a - \omega = \bar{u}$ ثم استنتج أن $\Omega A = \Omega B$ و أن $\arg\left(\frac{b - \omega}{a - \omega}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

0.5 د- نعتبر الدوران $R$ الذي مركزه $\Omega$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$

حدد صورة النقطة $A$ بالدوران $R$

HAJ

**التمرين الرابع: ( 3 ن )**

يحتوي صندوق على 10 كرات : أربع كرات حمراء و ست كرات خضراء .
( لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس ) .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الصندوق .

1 | 1) ليكن $A$ الحدث : " الكرتان المسحوبتان حمراوان " .
بين أن $p(A)=\frac{2}{15}$

2) ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الحمراء المتبقية في الصندوق بعد سحب الكرتين.

0.5 | أ- بين أن مجموعة القيم التي يأخذها المتغير العشوائي $X$ هي $\{2,3,4\}$

1.5 | ب- بين أن $p(X=3)=\frac{8}{15}$ ثم حدد قانون احتمال المتغير العشوائي $X$

**مسألة: ( 8,5 ن )**

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=2x-2+e^{2x}-4e^{x}$
و ليكن $(C_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ ( الوحدة : $1\,cm$ )

0.25 | I-1) أ- بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

0.5 | ب- بين أن المستقيم $(D)$ الذي معادلته $y=2x-2$ مقارب للمنحنى $(C_f)$ بجوار $-\infty$

0.5 | 2) أ- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

0.5 | ب- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}=+\infty$ ثم أول هندسيا النتيجة .

0.5 | 3) أ- بين أن $f'(x)=2\left(e^{x}-1\right)^2$ لكل $x$ من $\mathbb{R}$

0.25 | ب- ضع جدول تغيرات الدالة $f$ على $\mathbb{R}$ ( لاحظ أن $f'(0)=0$ )

0.75 | ج- بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد $\alpha$ من المجال $]1\,,\ln 4[$ بحيث $f(\alpha)=0$

0.5 | 4) أ- بين أن المنحنى $(C_f)$ يوجد فوق المستقيم $(D)$ على المجال $]\ln 4,+\infty[$ وتحت المستقيم $(D)$ على المجال $]-\infty,\ln 4[$

0.5 | ب- بين أن المنحنى $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف وحيدة زوج إحداثيتيها هو $(-5\,,0)$

0.75 | ج- أنشئ المستقيم $(D)$ و المنحنى $(C_f)$ في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ ( نأخذ $\ln 4\approx 1,4$ و $\alpha\approx 1,3$ )

0.5 | 5) أ- بين أن $\int_0^{\ln 4}\left(e^{2x}-4e^{x}\right)dx=-\frac{9}{2}$

0.5 | ب- احسب ، ب $cm^2$ ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى $(C_f)$ و المستقيم $(D)$ و محور الأراتيب و المستقيم الذي معادلته $x=\ln 4$

0.5 | II-1) أ- حل المعادلة التفاضلية $(E)$ : $y''-3y'+2y=0$

0.5 | ب- حدد الحل $g$ للمعادلة $(E)$ الذي يحقق الشرطين $g(0)=-3$ و $g'(0)=-2$

2) لتكن $h$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]\ln 4,+\infty[$ بما يلي : $h(x)=\ln\left(e^{2x}-4e^{x}\right)$

0.75 | أ- بين أن الدالة $h$ تقبل دالة عكسية $h^{-1}$ و أن $h^{-1}$ معرفة على $\mathbb{R}$

0.75 | ب- تحقق من أن $h(\ln 5)=\ln 5$ ثم حدد $\left(h^{-1}\right)'(\ln 5)$

HAJ