المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2013

الموضوع

المادة	الرياضيات	NS22	المعامل	7
الشعب(ة) أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها		مدة الأنجاز	3

معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غيرقابلة للبرمجة ،
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ،
- عدد الصفحات: 3 صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان)،
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ،
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ،
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

معلومات خاصة

يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها وتتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين	المجال	النقطة الممنوحة
التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 ن
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 ن
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	3 ن
التمرين الرابع	المتتاليات العددية	3 ن
التمرين الخامس	دراسة دالة وحساب تكامل	8 ن

الموضوع

التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، النقط $A(-1,1,0)$ و $B(1,0,1)$ و $\Omega(1,1,-1)$ والفلكة (S) التي مركزها Ω وشعاعها هو 3

1) أ- بين أن $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$ وتحقق من أن $x+y-z=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (OAB) 1

ب- تحقق من أن $d\left(\Omega,(OAB)\right)=\sqrt{3}$ ثم بين أن (OAB) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها $\sqrt{6}$ 1

2) ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (OAB)

أ – بين أن : $(t\in IR)$ $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=-1-t\end{cases}$ تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) . 0.5

ب – حدد مثلوث إحداثيات مركز الدائرة (Γ) 0.5

التمرين الثاني : (3 ن)

نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ ، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي a و b و c بحيث : $a=7+2i$ و $b=4+8i$ و $c=-2+5i$

1) أ- تحقق من أن $(1+i)(-3+6i)=-9+3i$ وبين أن : $\dfrac{c-a}{b-a}=1+i$ 0.75

ب- استنتج أن $AC=AB\sqrt{2}$ وأعط قياسا للزاوية الموجهة $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$. 1

2) ليكن R الدوران الذي مركزه النقطة B وزاويته $\dfrac{\pi}{2}$

أ- بين أن لحق النقطة D صورة النقطة A بالدوران R هو $d=10+11i$ 0.75

ب- أحسب $\dfrac{d-c}{b-c}$ واستنتج أن النقط B و C و D مستقيمية . 0.5

التمرين الثالث : (3 ن)

يحتوي صندوق على 10 كرات : خمس كرات حمراء وثلاث كرات خضراء و كرتان بيضاوان (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس)
نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كرات من الصندوق .

1) نعتبر الحدثين التاليين : A : " الحصول على كرتين حمراوين وكرتين خضراوين "
B : " لا توجد أية كرة بيضاء من الكرات الأربع المسحوبة " 1.5

بين أن $P(A)=\dfrac{1}{7}$ و $P(B)=\dfrac{1}{3}$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المسحوبة .

أ – تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي 0 و1 و 2 0.25

ب – بين أن $P(X=1)=\dfrac{8}{15}$ ثم حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X 1.25

التمرين الرابع : (3 ن)

لتكن $(u_n)_{n\in IN^*}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_1 = 0$ و $u_{n+1} = \dfrac{25}{10-u_n}$ لكل n من IN^* .

1) تحقق من أن $5-u_{n+1} = \dfrac{5(5-u_n)}{5+(5-u_n)}$ لكل n من IN^* وبين بالترجع أن: $5-u_n > 0$ لكل n من IN^* — 1

2) نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n\in IN^*}$ المعرفة بما يلي : $v_n = \dfrac{5}{5-u_n}$ لكل n من IN^* .

أ- تحقق من أن : $v_{n+1} = \dfrac{10-u_n}{5-u_n}$ لكل n من IN^* ثم تحقق من أن $v_{n+1} - v_n = 1$ لكل n من IN^* — 0.75

ب- بين أن : $v_n = n$ لكل n من IN^* واستنتج أن $u_n = 5 - \dfrac{5}{n}$ لكل n من IN^* — 1

ج - حدد $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ — 0.25

التمرين الخامس : (8 ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بمايلي : $f(x) = (x-2)^2 e^x$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة **1 cm**)

1) أ - بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ — 0.25

ب – بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$ ثم استنتج أن المنحنى (C) يقبل، بجوار $+\infty$ ، فرعا شلجميا يتم تحديد اتجاهه. — 0.5

2) أ - تحقق من أن $f(x) = x^2e^x - 4xe^x + 4e^x$ لكل x من IR — 0.25

ب - بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$ وأول هذه النتيجة هندسيا (نذكر $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n e^x = 0$ لكل n من IN^*) — 0.5

3) أ- بين أن : $f'(x) = x(x-2)e^x$ لكل x من IR — 0.75

ب- بين أن الدالة f تزايدية على كل من المجالين $]-\infty,0]$ و $[2,+\infty[$ وأن الدالة f تناقصية على المجال $[0,2]$ — 1

ج- ضع جدول تغيرات الدالة f على IR — 0.5

4) أ- بين أن $f''(x) = (x^2-2)e^x$ لكل x من IR ثم استنتج أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف تحديد أرتوبيهما غير مطلوب . — 1

ب- أنشئ (C) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ — 1

5) أ- بين أن الدالة $H : x \mapsto (x-1)e^x$ دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto xe^x$ على IR ثم احسب $\int_0^1 xe^x\,dx$ — 0.5

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن : $\int_0^1 x^2e^x\,dx = e-2$ — 0.75

ج- بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محو الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=0$ و $x=1$ هي $5(e-2)cm^2$ — 0.5

6) استعمل المنحنى لإعطاء عدد حلول المعادلة : $x\in IR,\ x^2 = e^{-x} + 4x - 4$ — 0.5